

ARITHMETICAE PRACTICAE METHODUS facilis, per Gemmam Frisium, medicum ac mathematicũ, iam recens ab ipso autore emendata, & multis in locis insigniter aucta.

HVC ACCESSERVNT IACOBI Peletarij Cenomani annotationes: Eiusdem itẽ de fractionibus Astronomicis compendium: Et de cognoscendis per memoriam Calendis, Idibus, Nonis, Festis mobilibus, & loco Solis & Lunæ in Zodiaco.

LVGDVNI,
APVD IOAN. TORNAESIVM,
ET GVL. GAZEIVM.
M. D. LVI.



S. M.a in Portice.

STIGELIVS.

Soli homini numerare datum est: hanc indidit artem
Cum prima nobis relligione Deus,
Qua ceu matre sata est, quæ diuidit omnia punctis:
Semen ab his artes omne duabus habent.
Has igitur meritò geminas Plato credidit alas,
Quæ nostros animos ardua ad astra vehant.
Illa viam ingenuas meditando munit ad artes,
Per quas maiestas conspicienda Dei est.
Communem vitæ parit hæc ciuilis ad vsum
Organa, mechanicâ quæque regenda manu.
Quare, qua poteris duce, posteriore potiri,
Frisius hic monstrat Gemma prioris iter.
Qui nescit numeros, numerandi aut respuit artem
Eloquio vt careat dignus & ille fuit.

ALBERTVS.

Hic numeris constat rerum pulcherrimus ordo:
Quem, nisi per numeros, cernere nemo potest,
Si iuuat ergo vices naturæ noscere miras,
Prima sit hæc numeros discere cura tibi.



ORNATISSIMO VIRO AC MERITO VENERANDO PATRI D. GVLIELmo Rhetio, apud D. Michaëlem Antuerpiæ Priori dignissimo &c.

Gemma Frisius S. P. D.

*

OMNES qui hac tempestate elucubrationum suarum fructu aliquo Reipub. prodesse volunt, mi Rheti ornatissime, id mihi polliceri videntur, imò præstare meritò debent, vti omnino aliquid in lucem proferãt, quod maiores nostros effugerit, aut minimùm inuenta eorum superest, ac quodammodo emendet. Me verò si quispiam rogitet, cur post tot ferè myriades authorum, qui de Arithmeticis rebus scripserunt, iam tandem actum agere, Penelopesq; telam retexere aggrediar: huic candide in hunc modum responsum volo. Quum sua quodq; tempus proferat ingenia, multum sanè inter se distantia: neq; id solùm diuerso tem-



poris tractu eueniat, sed vno eodemq; die comperias mille hominũ mores & diuersa iudicia, fit hinc vt quantumuis varij de eadem re authores ab alijs atque alijs colantur & expetantur, quia certè (vt ille cecinit) τῷδ' ἕτερον μὲν ἔδωκε πατὴρ, ἕτερον δ' ἀνένευσαν. Proinde & nos amicorum precibus cõpulsi sumus Arithemetices aliquam compendiariam rationem ac facilem, quam nescio quo argumento nos efficere posse collegerunt, in lucem euulgare, non quòd nostra hæc meliora iudicemus iis, quæ à variis ante nos tradita sunt, verùm quòd ipsis magis arriserint, quàm ea quæ sæpe inter docendum percurrere soleo, quorum alia obscuriora visa sunt, nonnulla nimium Laconicè dicta : illa contrà prolixitatis accusanda. Quum igitur multis argumentis exploratum habeam, me in tuorum numero amicorum non posteriori abs te loco habitum fuisse semper, egoq; te vicissim ab ea vsque consuetudine, quam Mathescos mutua inter nos collatio primũ peperit, vnicè amauerim ac coluerim, tuq; adeo huiusce editionis incitator & auctor fueris inter alios præcipuus, præter decorum duxi, & ab

officio

officio alienum, tantilla in re abs te potiſsimum atq; aliis amicis conatum meum deſiderari. Qui qualiſcunque eſt, merito tibi dedicandus videtur, qui harum rerum adeo non es ignarus, vt ſecundum tibi cognouerim ἐν τοῖς μαθηματικοῖς in his noſtris finibus neminem, vt interim taceam linguarum meliorum, ſacrarumq́; literarum peritiam. Quæ omnia ad miraculum vſq; ſummis nõ ſolùm laboribus, verùm etiam cum bonæ valetudinis non parua iactura conſecutus es. Accipe igitur pro tuo in nos fauore hæc quamuis exigua, ac remiſsis interim grauioribus curis, ne tertiò nos aduerſa valetudine oppreſſus inuiſas, hæc leuiora perlege, corrige, ac pro cenſoris officio omnia immuta. Quod reliquum eſt, fac vt rectius valetudinem tuam cures, meq́; vt ſoles amare non deſinas. Vale. Louanij, quinto Calendas Ianuarij.

ARITHMETICÆ PRACTICAE METHODVS facilis per Gemmam Frisium, Medicum ac Mathematicum, in quatuor partes diuisa.

PRIMA PARS.

De speciebus Arithmetices.

NVMERARE est cuiusuis propositi numeri valorem exprimere, atq; etiam quemcunq; datum numerum suis characteribus adsignare. Numerationem ego inter quatuor Arithmeticæ species non colloco. Sicut enim in alijs artibus elementa quædam præcedunt artis regulas, ita numerationem à speciebus Arithmeticæ meritò separandam puto.

Duo igitur sunt præcipua, per quæ cùm numeratio, tum quæ sequuntur deinceps species perficiuntur: characteres siue elementa, & eorum loca.

1 *ELEMENTA sunt decem, quorum nouem significatiua, vnum non significatiuum, quod, ob receptam consuetudinem, CYPHRAM deinceps appellabimus: scriburq; vt litera, o, vel circulus.*

lus. Significatiua sunt,

1 2 3 4 5

vnum, duo, tria, quatuor, quinque.

6 7 8 9

sex, septem, octo, nouem.

Hæ notæ, solæ quidem tales obtinent singulæ valores: at si cum alijs coniungantur, vel cum cyphra, infinitis modis augentur: quod quidem fit ob loci solùm mutationem, quemadmodum vulgò dici consueuit, Honores mutant mores, ita nimirum hîc loca notarum valorem augent.

Qualibet igitur notarum primo loco posita, seipsam tantum simpliciter significat, hoc est, quantũ ex impositione prima valet, vt 6 sex, 8 octo, &c. (Primum autem appellamus dexterum locum, eo quòd hæc ars vel à Chaldæis vel ab Hebræis ortum habere credatur, qui etiam eo ordine scribunt.) Secundo loco qui deinde læuam versus sequitur, nota quæuis seipsam decies significat, 80 octoginta, 70 septuaginta, &c. Tertio deinceps loco quæuis figura se centies auget, vt 800 octingenta, 600 sexcenta, 200 ducenta. cyphræ verò hîc loca tantum occupant. 2 a.1.

In his ergo tribus primis locis quemuis studiosum primum diligenter exercitatum velim: nam illis cognitis, facilè quemcunq; numerum expres-

serit, etiam si multo pluribus constet elementis, quod quidem ita facilè fiet. Distingue primò numerum propositum, virgula interiecta post ternas singulas figuras, initio facto à dextris, atque ita ad finem, vt 3|554|560|782. Iam contrario ordine à læua exprime omnes figuras quæ post vltimam virgulam habentur, secundum figurarum & locorum variationem, ita vt primam figuram à virgula simpliciter, secundam decies, tertiam centies enuncies, ac si nullæ aliæ præterea essent notæ. Verùm his toties hanc dictionem millies, adijce, quod sunt à principio huc vsque virgulæ, quod tamen vt latinè fiat, post primam virgulam, milia dices: post secundam, millena milia: post tertiam, millies millena milia: post quartam, millies millies millena milia: atque ita infinitis deinceps modis: qui sanè à quarta virgula Latinam (fateor) locutionem haud facilè admittent, verùm nos artis potius quàm latinæ linguæ præcepta tradere voluimus. sua etiam cuiq; arti phrasis. Exempli gratia, subijciamus huius numeri sequentis valorem explicandum, 23'456'345'678. Distinguendus erit primum, vt diximus, interiectis vel notulis vel virgulis, hoc pacto 23|456|345|678. Deinde simul connumerentur figuræ duabus virgulis interclusæ, hac ratione,

vicies

vicies & ter millies millena milia, quadringenta quinquaginta sex millena milia, trecenta & quadragina quinque milia, sexcenta & septuaginta octo. Atque hic obiter obseruandum, vti duæ figuræ proximæ à virgula simul pronuncientur, vt loquendi vsus exigit. Ex his deinceps haud difficile fuerit propositum aliquem numerum suis characteribus annotare, habita scilicet ratione tum figurarum, tum locorum, id quod exercitio discentium relinquimus.

Numeri in species diuisio, quarum notitia ad sequentium vsum non parum facit.

NVmerum authores vocant multitudinem ex vnitatibus conflatam. Itaque vnitas ipsa licet subinde pro numero habeatur, propriè tamen numerus non erit, sed numerorum omnium principium. Quemadmodum enim ex fluxu puncti in longum linea describitur: ita ex vnitatibus accumulatis numerus efficitur. Diuiditur autem in Digitum, Articulum, & Compositum numerum. DIGITVM *vocamus omnem numerum denario minorem: suntque in summa nouem, scilicet 1,2,3,4,5,6,7,8,9, quos paulo antè Elementa significatiua appellauimus.* ARTICVLVS *est nu-*

merus quicunque in decem æquas partes diuidi potest, eásque integras. Hoc est, omnis numerus duabus aut pluribus constans notis, qui in sui principio, hoc est dextra parte, cyphram obtinet, vt 10,20,30,60,100,600,3000,360, *&c. Sunt autem sine numero articuli.* COMPOSITVS, *est numerus qui ex digito articulóque nascitur, talésque sunt omnes numeri pluribus notis scripti, quorum prima figura non est cyphra, verbi gratia,*
3 24,91,102,132,1003, *atque huiusmodi infiniti. Partiuntur etiam authores numerum in parem & imparem: quorum ille in partes æquas est diuisibilis,*
4 *hic neutiquam. Possúntque plures aliæ numerorum diuisiones fieri, vt in perfectum & abundantem, in quadratum, cubum, surdum &c. in primum & non primum. Sed quoniam hæc citra sequentium specierum notitiam intelligi nequeunt, maluimus in suum locum tempúsque commodum seruare.*

DE ADDITIONE, Prima Specie.

QVatuor omnino sunt Arithmetices species, per quas omnes regulæ quæstionésque omnes ferè perficiuntur: vocamus autem species certas operandi per numeros formas, quemadmodum in dialectica argumentorum formæ quatuor comprehen

prehenduntur ſpeciebus, ſyllogiſmo ſcilicet, inductione, enthymemate, & exemplo. Prima harum eſt ADDITIO, *quæ plures numeros in vnam ſummam colligere docet, vt finge te expendiſſe vno anno 367 aureos, altero 765. docet hæc ſpecies duos hos numeros vna explicare, & complecti ſumma. Obſeruandum igitur primo, vti maior numerus ſuperiori loco ſcribatur, minores huic ſubſcribantur, hac lege, vt prima inferiorum primæ ſuperiorum è directo ſubijciatur, ſecunda ſecundæ, tertia tertiæ, atque ita deinceps. Quibus ita collocatis, ſubtus ducatur linea, factóque initio à dextris, collige omnes figuras primi ordinis ſiue loci in vnam ſummam: eam, ſi vnica figura ſcribi poteſt, ſubſcribe omnibus primo loco poſitis: ſin verò duabus ſcribi oportet, ſcribatur dextera, reliquam ſerua vel memoria, vel ſeorſum annota. Aut ſi mauis adijce eam cum figuris ſecundo loco poſitis, factâmque ex omnibus ſummam eodem modo ſubſcribe ſi vnica fuerit figura: ſin duæ, dextram ſcribe, ſiniſtram ſequenti ordini adijciens: ſicque pergere non deſinas donec omnes ordines collegeris. Atque hic ſi in fine numerus duabus figuris ſcribendus occurrat aut pluribus, integrè ſcribatur iámque hoc pacto plures numeros in vnam ſummam, vltimam ſcilicet, collegiſti.*

Exem

Exemplum duorum numerorum.

Addendi	2 3 0 4 5 6
	6 7 8 2 1
Summa	2 9 8 2 7 7

Exemplum plurium numerorum.

Addendi	4 3 2 0 6 5 2
	9 3 0 8 7 6 5
	3 6 0 0 3 2 1
	4 3 0 8 7 6 0
	5 6 7 8 9 1
Summa	2 2 1 0 6 3 8 9

Declaratio secundi exempli.

Omnes numeri primi ordinis efficiunt 9, ea subscribo: secundi ordinis omnes numeri, scilicet 9,6, 2,6,5, faciunt 28, scribo igitur 8, & duo adijcio sequenti tertio ordini, quæ simul cum alijs conficiunt 33, scribo 3, & 3 adijcio sequenti ordini, atque hic colligo 26, subscribo 6, & duo adijcio quinto ordini, quæ cum alijs faciunt 10, quare subnoto 0: vnitatem adijcio sexto ordini, quæ cum hac vnitate efficit 21: annoto 1, & 2 coniungo cum vltimo ordine qui constituit 22, quæ cum in fine accidunt, ita subscribo integrè, 22106389.

EXAMEN ADDITIONIS.

Collige omnes numeros addendos, per singulas

figuras

figuras discurrendo, neglecto ordine figurarum atque interim dum excresſit numerus, abijce 9, residuum reliquis adijcito, donec omnes ita percurreris, & quod tandem post collectionem & abiectionem 9, relictum fuerit, annota: nam si ritè operatus fueris, similis figura relinquetur, si omnes summæ numeros siue characteres colligas, atque interim dum potes 9 abijcias. Sufficit hoc examen discentibus, alioqui certius per subductionem sequentem speciem effeceris operationis examen.

Addendi	9279
	389
	479
	599
	689
	779
	899
	989
	679
	299
	189
	97
	96
Summa	15462
	112
	105
	53
	9

Si interdum (quod rarum est) ex additione vnius loci tres figuræ prodeant, tum prima scribatur sub primis: secunda adijciatur secundo ordini, tertia tertio. Verùm in talibus exemplis consultius fuerit operationem partiri in duas aut tres seorsum additiones, atque sic collectas summas particulares, deinceps in vnam coaceruare.

DE

quod hinc relinquitur, adijciendum ſuperiori figuræ, ſumma hæc ſubnotanda. Verùm cautè iam obſeruandum eſt, vt vnitas adijciatur figuræ inferiori proximè ſequenti, atque tum deinceps ad finem ſecundum has leges progrediendum. Hoc ideo fit quia dum ſuperior inferiori minor eſt, mutuandum aliquid eſt ex ſequenti proximè loco, nempe vnitas, quæ in propoſito loco decem valet, atque ideo facta ſubductione vnitas illa ſequenti ordini inferiori additur, vt à ſuperiori auferatur. Vt quoniam quarto loco noſtri exempli 5 non poſſunt auferri ex 3, aufero illa ex 10, reſtant 5, quæ adijcio ſuperiori, ſcilicet 3, fiunt 8: hæc ſub tribus annoto. Iam verò ſequenti inferiori addo 1, fiunt 7, quæ rurſus auferenda ſunt ex ſuperiori, 6 ſcilicet. At quoniam id non poſſum (cùm ſit maior) ſubduco 7, ex 10, reſtant 3, quæ adijcio ſuperiori 6, fiunt nouem, ea ſubſcribo: atque iterum eandem ob cauſam ſequenti adijcio 1, fiunt octo: quæ rurſus quia excedunt ſuperiorem numerum, aufero ex 10, reſtant duo: hæc adijcio ſuperiori, fiunt 4, quæ ſubſcribo. Iam verò ſequenti figuræ mihi adijcienda foret vnitas, ſed nulla ſequitur in inferiori ordine: quare loco tantum ſequenti adijcienda vnitas, quæ auferenda ex ſuperiori, ſcilicet 0: ſed quid auferes inde, vbi

nihil

nihil est? Aufer igitur 1 ex 10, restant 9, quæ adde superiori 0, manent 9, ea subscribe. Rursus hîc adijcienda vnitas vltimo loco inferiori, quæ ablata ex 3, superiori scilicet numero, reliquit 2, subscribenda.

Aliud exemplum.

60021039097 *Numerus ex quo subducitur.*
29039916 *Subducendus.*

59991999181 *Residuum.*

Notandum si plures fuerint numeri subtrahendi ab vno, tum primùm per præcedentem doctrinam illos collige in vnam summam, hanc aufer ex proposito numero.

Examen subductionis.

Adde numerum, quem subduxisti, ad residuum: quod inde producitur, æquabit primam summam, si bene fueris operatus.

Alius modus.

Vel abijce 9, quoties poteris ex secundo & tertio numero, nulla habita ratione ordinis aut loci, residuum serua: similiter ex summa prima seorsum reijce 9, quoties licuerit: quod tandem restat,
5 *æquale erit priori relicto numero.*

MVLTIPLICATIO,
Tertia species.

Multiplicare, est ex ductu vnius numeri in alterum, numerum producere, qui toties habeat in se multiplicatum, quoties multiplicans vnitatem. Hoc est, multiplicare, est numerum quencunq; aliquoties aut multoties exaggerare: vt 23 multiplicare per 6, est 23 sexies exaggerare. Quoniam verò tota hæc species ex ductu digitorum in se inuicem dependet, non fuerit ociosum digitorum multiplicationem ante omnia edocere. Si igitur libet colligere quantum conficiant 8 ducta in 9, hoc est, octies nouem, vel 7 in 8, &c. scribe digitum vnum supra alterum, hoc pacto. deinde

Digiti. distantiæ.)

9	╲ ╱	1
8	╱ ╲	2
7		2

distantiam vtriusque à 10 ad latus: iam duc distantiam alteram in alteram, hoc est, pronuntia alteram aduerbialiter cum altera, vt bis vnum efficit 2: hæc subscribe distantijs: tandem aufer distantiam alterius per transuersum ex altero digito, residuum subscribe digitis, vt 2 ex 9, vel 1 ex 8, relinquunt 7, ea scribe. Itaque iam inuenisti octies 9 efficere 72. Aliud exemplum. Placet indagare sexies 7, quantum

Digiti. distantiæ.)

6	╲ ╱	4
7	╱ ╲	3
4		2

efficiant, Dico ter 4 sunt 12, annoto 2 sub differentijs, vnitate seruata: deinde aufero 3 ex 6, aut 4 ex 7, supersunt 3, quibus adijcio vnitatem

seruatam, fiunt 4: hinc colligo, sexies 7, efficere 42. Hæc tamen regula te fallet, nisi duo digiti simul iuncti plus decem efficiant. verùm in illis ob summam facilitatem nulla opus est regula.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	4	6	8	10	12	14	16	18	2.
Qua-		9	12	15	18	21	24	27	3
	dra-		16	20	24	28	32	36	4
		ti		25	30	35	40	45	5
			nu-		36	42	48	54	6
				me-		49	56	63.	7
					ri.		64	72	8
								81	9

Tabulæ vsus,

Per tabellam autem hanc poteris ad tempus ruditati subseruire, donec vsus te ab hac molestia liberauerit. Si enim maiorem digitorum quæras in primo superiori ordine, minorem in dextro latere, concursus duorum ordinum indicabit numerum quem digitus propositus in alterum ductus constituit.

Age igitur, multiplicaturus numerum quemcunque per alterum, scribe vtrunque illorum or-

dine

dine seruato quem in additione seruandum diximus, ita vt maior superiorem obtineat locum. exempli gratia, 267 dies volo redigere ad horas, hoc est multiplicare per 24: scribo vtrunque eo quo diximus ordine.

2 6 7	*deinde lineam*	2 6 7
2 4	*subtendo,*	2 4

mox duco primam inferioris scilicet 4, in primam superioris, dicens, quater 7 efficiunt 28: quoniam verò hic numerus duabus figuris notatur, scribo, quemadmodum in additione, priorem, scilicet 8, altera seruata: alioqui si vnica tantùm prodijsset figura, eam subscripsissem, posteà duco eandem primam inferioris 4 in secundam superioris, faciunt 24, quibus adijcio 2 prius seruata, exurgunt 26: priorem huius subscribo, altera seruata: tandem duco eandem primam inferioris numeri in tertiam superioris, fiunt 8, quibus adijcio 2 mox reseruata, prodeunt 10, quæ integrè annoto, quia ad finem perducta est operatio. Quibus actis, perfecta esset multiplicatio, si inferior numerus ex vnica tantùm constaret figura. At quoniam ex binis constat, priori cancellata siue deleta, cum altera scilicet 2, incede eodem modo multiplicando in singulas superioris vsque ad finem.

Multiplicandus	2 6 7	
Multiplicans	∘ 2 4	
	1 0 6 8	*adde*
	5 3 4	
Productum	6 4 0 8	

Verùm hîc obſeruandum eſt, vt prima producti numeri collocetur non ſub prima ſecundi, ſed ſub ſecunda, ex cuius multiplicatione productus eſt numerus, reliquæ per ordinem deinceps componantur. Similiter ſi tres fuerint, aut plures figuræ numeri multiplicantis, eas oportet ſingillatim in omnes ſuperioris ducere: productos verò numeros ſub ſuis multiplicantibus initium facere, reliquas figuras ordine conſequi, vt in exemplis patet. Demum numeri ſic collocati, colligendi ſunt in vnam ſummam, quotquot ex multiplicatione producti ſunt, non vt in additione dictum eſt, primam adijciendo primæ, &c. ſed vnaquæque ad ſuum locum ſub quo poſita eſt colligatur, ſumma hinc proueniens, productus appellatur numerus, ex ductu vnius numeri in alterum, Vt ſi Dux exercitus debeat ſoluere exercitui 67083 militum, ſingulis 8 aureosque ſtio eſt quanta opus ſit ſumma pecuniæ. Exurgunt quingenta triginta ſex milia ſexcenta ſexaginta quatuor aureorum.

Item

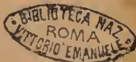
67083	*Milites.*
8	*Aurei singulorum.*
536664	*Aurei omnium.*

Item placet reducere annos Christi 1536 elapsos, ad dies: Quoniam quilibet annus constat diebus 365, exceptis intercalaribus multiplico 1536 per 365, prodeunt dies 560640, præter intercalares, quos impræsentiarum omittimus.

1536	*Anni.*
365	*Dies anni vnius.*
7680	
9216	
4608	
560640	*Dies omnes.*

Compendia aliquot Multiplicationis.

Multiplicaturus numerum quemcunque per 10, præpone multiplicando numero, 0. Vt 367 per 10, faciunt 3670. Si verò per 100 multiplicaturus es, præscribe duas cyphras: per mille, tres. Ac simili ratione in alijs, vbi vltima figura vnitas est, reliquæ cyphræ. Quòd si in his vltima non fuerit vnitas, sed vel alius ex digitis, vel plures fuerint significatiuæ, tum reiectis cyphris, quæ tum in multiplicantis, tum etiam multiplicandi initio fuerint, per significatiuas peragito operationem:



tionem: facta tamen multiplicatione numero producto totidem cyphras præscribito, quot reiecisti ex ambobus, vt 3600 multiplicaturus per 7200, reijcito quatuor cyphras. Deinde multiplico 36 per 72, exurgunt 2592, quibus præpone 4 cyphras, fiunt 25920000 numerus verè productus.

```
    3 6
    7 2
  -------
    7 2
2 5 2
  -------
2 5 9 2 | 0000 |
```

EXAMEN MVLTIPLIcationis.

Examinatur multiplicatio per diuisionem, sequentem speciem. Si enim productum ex multiplicatione numerum diuidas per alterum multiplicantium, necesse est alterum prodire. Neque est quod aliam expectes examinandi viam: nam aliæ vulgares & falsæ sunt, & nullo innixæ fundamento. Disce igitur prius diuisionem quàm examini intendas.

Duplatio & Mediatio.

Solent nonnulli Duplationem & Mediationem asignare species distinctas à multiplicatione & diuisione. Quid verò mouerit stupidos illos nescio, cùm & finitio & operatio eadem sit.

Duplare enim est per duo multiplicare. Mediare verò per duo partiri: quòd si hæ operationes sint

ſint diſtinctæ, infinitæ iam nobis exorientur ſpecies, triplatio, quadruplatio, &c. Sed ſatis de illis.

DIVISIO, QVARTA ſpecies.

Diuidere, eſt numerum quemcunque in quotuis partes partiri: quod alij ſic finiunt, Diuidere eſt numerum producere, qui toties vnitatem complectatur, quoties diuidendus diuiſorem. Numerum enim propoſitum, quem partiri volumus, Diuidendum appellamus. Numerus verò per quem diuiſio perficienda eſt, Diuiſor appellatur: is eſt, qui partes denotat in quas alterum diuidere volumus, vt 24 per 6 diuidere, eſt 24 in ſex partes ſecare. Diceturq; hic 24 Diuidendus, 6 Diuiſor, 4 Productum ſiue productus numerus.

Praxis. Scribe diuidendum ſuis characteribus loco ſuperiori: Diuiſorem ſub illo, contrario atque hactenus docuimus ordine, vltimam figuram ſub vltima collocando, penultimam ſub penultima, & reliquas eodem ordine, facto initio à ſiniſtris.

8 6 2 8 *Exemplum primum.*
2 8 *Diuiſor.*

Si tamen vltima diuiſoris ſiue inferioris figuræ excedat vltimam diuidendi, conſtitues vlti-

mam diuisoris sub penultima diuidendi, reliquas (si quæ sint) ex ordine.

8 6 2 8 *Exemplum alterum.*
9 2

Quibus exactis, vide quoties Diuisor habeatur in numero suprascripto, quod vt facilè fiat, quando diuisor est duarum vel plurium figurarum, facies quæstionem non de toto diuisore, sed de sinistra tantùm figura. Vt si diuidendi sint 433656 aurei 72 hominibus. Primùm non colloco 7 sub 4, quoniam vltima diuisoris, scilicet 7 excedit vltimam diuidendi, scilicet 4, sed sub 3. deinde binarium reliquum. Iam inquirendum quoties 72 in 433. is enim numerus est suprascriptus. quod vt facilè colligam, dico quoties 7 in 43, numero scilicet suprascripto. quoniam ergo sexies reperio contineri, scribo 6 ad dexteram post curuam lineam siue lunarem. Ea multiplico in totum diuisorem, exurgunt 432 scribenda sub diuisore, primam ponendo sub prima diuisoris, reliquas ex ordine deinceps: deinde aufero eundem hunc numerum ex superiori diuidendo numero, reliquum supra eundem diuisorem annoto, vt patet in exemplo.

~~0~~ ~~0~~ 1
~~4~~ ~~3~~ ~~3~~ 6 5 6
7 2 *Diuiſor* (6
4 3 2

Hæc ergo vna eſt operatio diuiſionis, quam ſi rectè intellexiſti, nihil eſt quod te remoretur in tota reliqua diuiſione. Oportet autem poſt vnamquamque huiuſmodi operationem, minorem reſtare numerum ſupra diuiſorem, quàm ſit diuiſor ipſe.

Perfecta igitur vna tali operatione, ſi plures reſtant figuræ diuidendi numeri verſus dextram, à quibus non fuit facta ſubtractio, transfer diuiſorem vno loco deinceps verſus dextram, ita vt iam vltima diuiſoris eam occupet ſedem, quam antea penultima obtinuit: Aut breuius, vt qualibet figura vno loco dextram verſus transferatur.

1
~~4~~ ~~3~~ ~~3~~ 6 5 6 (6
7 2

Deinde iterum vt prius inquiratur quoties diuiſor in numero ſupraſcripto contineatur, facta vt antea quæſtione de vltima figura diuiſoris, numerus is adſcribatur priori figuræ ad dextram, quam intra lineam lunarem ſecludi iuſſimus, quæ etiam ducatur in diuiſorem, & productus

numerus à superiori auferatur, non aliter quàm anteà dictum est. Atque eo ordine & modo pergendum est diuidendo, multiplicando, & auferendo, donec prima diuisoris perducta fuerit ad primam diuidendi: sub qua facto huiusmodi processu post subtractionem, cessabit diuisionis operatio. Nam numerus qui post lunarem lineam continetur, indicabit quoties diuisor in diuidendo numeretur. Hinc & inualuit, vt hic numerus Quotiens appellaretur apud vulgares. Verùm hîc notandum, si quando post translationem diuisoris, hic in diuidendo numero suprascripto nullo modo contineatur (quod fit, dum minor est) tum scribenda est cyphra post lineam curuam, siue (vt dicunt) in Quotiente, & tum transferendus rursus diuisor ad proximū locum, atque ibi operandum, vt iam dictum est.

Vt in præscripto exemplo, post translatum diuisorem quærimus quoties 72 in 16, vel quoties 7 in vno suprascripto: at cùm non semel habeatur, noto cyphram apud 6 in quotiente.

0 0 1
4 3 3 6 5 6 • (60
7 2

Atque rursus translato diuisore, quæro quoties 7 in 16? quoniam verò bis habetur, noto 2 apud alias notas post lunarem lineam positas, factáque multipli

multiplicatione & ſubtractione. Et tandem

```
0 0 1 2 1
4 3 3 6 8 6
        7 2          (602
      1 4 4
```

translato diuiſore, quæro quoties 7 in 21. ſcribo 3 apud reliquas notas quotientis: factáque multiplicatione & ſubtractione nihil reſtat.

```
0 0 1 1 1
4 3 3 6 8 6
        7 2          (6023
      2 1 6
```

Sed neque illud prætereundum, ſi interim ex multiplicatione digiti iam ſcripti poſt lineam lunarem in diuiſorem, plus exurgat, quàm ſupra diuiſorem ſcribitur, tum delendus erit ille digitus, & ſcribendus vnitate minor: idque eouſque faciendum, donec ex multiplicatione numerus minor ſuperiori euadat, vel æqualis. Vt ſi velim diuidere 2 0 0 aureos per 38, quæro quoties 3 in 20. ſcribo igitur primum 6. Sed quoniam ſexies 38, ſcilicet 228 plus valent quàm 200, deletis 6, pono in locum eorum 5, quæ multiplicata per 38, efficiunt 190. Hunc ergo numerum, quoniam minor eſt ſuperiori, auſero ab ipſo, reſiduum ſupra ſignando, reliquáque perficiendo, vt antea diximus.

```
  1 9
 2 8 8
  3 8          (6 5
 1 9 0
 1 2 5         (20 5/6
   6
```

Si igitur nihil post huiusmodi diuisionem restiterit, integrè factam esse partitionem significat: sin aliquid residuum fuerit, illud supra diuisorem ascribas post numerum quotientem, interiecta per medium linea. Vt si diuidam 125 per 6, restabunt, 5, quæ sic adnoto post numerum productum 20 5/6. *Quid verò huiusmodi numerus significet, dicetur in fractis. Exemplum igitur cape tale: Proponuntur* 7336268 *dies, quæritúrque quot conficiant annos ægyptios: Diuido igitur propositum numerum per* 365 *dies vnius anni: proueniunt* 20099 *anni, &* 133 *dies. operationem verò diligenter perspice quam adscripsimus.*

```
       1 3
 0 0 0 3 4 2 3
 7 3 3 6 2 6 8        (20099
 3 6 5 3 6 5
   3 6 5 3 6 5
     3 6 5
```

Com

Compendia aliquot diuiſionis.

Diuiſurus quemcunque numerum per 10, *aufer ex dextra parte vnicam eámque primam figuram. reliquæ enim figuræ productum oſtendunt: ablata reſiduum. vt* 3708 *diuidendo per* 10, *exurgunt* 370, *reſtántque* 8. *Simili ratione diuidens per* 100, *aufer duas primas dextras tanquam reſiduas: per mille, tres: per* 10000, *quatuor: atque ita deinceps, ſi vltima fuerit vnitas, reliquæ cyphræ.*

Examen. *Facturus periculum recténe an ſecus peracta res ſit, multiplica numerum productum, ſiue (vt vocant) quotientem per diuiſorem, ſummæ, ſi quid poſt diuiſionem ſupererat, adijce, prodibit enim, ſi bene res habet, numerus diuidendus.*

De mediatione, ſiue per duo ſectione.

Mediationis operationem finitio ipſa indicat. eſt enim per duo partitio, quare hîc præter exemplum nihil adiecero.

Mediatio.

```
  1   1     1
4 3 6 7 2 1 3 6        (21836068
2 2 2 2 2 2 2 2
```

Hæ ſunt igitur quatuor illæ ſpecies Arithmetices, per quas omnia quæcunque deinceps dicenda

da ſunt, vel quæ per numeros fieri poßibile eſt, abſoluuntur: quare eas quiſquis es ante omnia perdiſcas.

DE PROGRESSIONE.

PRogreßionis hoc in loco vſum non reperio alium, quàm additionis compendium. Habet tamen haud contemnendam vtilitatem, cùm in quæſtionibus varijs, tum maximè in Geometricis conſiderationibus, vbi variæ ex progreßionum natura conficiuntur regulæ. Verùm nos inſtituti rationem habentes noſtri, breuißimis totum abſoluemus negotium. Progreßio igitur ordinata numerorum plurium, ſeries vocatur. Ordinata autem erit, ſi æqualibus exceßibus ſe mutuò per ordinem exceſſerint numeri, vt 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, &c. Item 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, vel 2, 4, 6, 8, 10. Item 5, 8, 11, 14, 17. At talis progreßio Arithmetica nominatur. Si verò per ſimilem numeri incedunt proportionem ſiue rationem, hoc eſt vt quilibet præcedentem proximè toties complectatur, quoties ſecundus primum, tum huiuſmodi progreßio Geometrica appellatur, vt 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192. Hic igitur quilibet numerus proximè præcedentem bis continet, in ſequenti

quater. 1, 4, 16, 64, 256, 1024. *In progreßione igitur Arithmetica omnium numerorum summa sic colligitur per compendium. Primò quot sunt numeri addendi vide, numerum hunc nota: deinde primum progreßionis postremo adijce, summam hanc itidem nota. Duc igitur dimidium alterius horum numerorum in alterum, prodibit omnium summa, vt* 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46. *Hic sunt* 11 *numeri. Primus verò cum vltimo, hoc est,* 6, *&* 46, *constituunt* 52. *Per dimidium huius, nempe* 26, *multiplico* 11, *prodeunt* 286, *atque hæc est summa omnium. Itidem* 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24. *Hic* 8 *sunt numeri progreßionis, primus cum postremo* 27 *conficiunt. quæ multiplico per* 4, *dimidium scilicet ipsius numeri reliqui, fiunt* 108, *summa omnium.*

Potest quoque postremus progreßionis cognosci absque medijs hoc modo. Libet colligere summam 100 *numerorum ternario auctorum, facto initio à* 10, *quæritur summa. Igitur quoniam primus est* 10, *reliqui* 99, *numeri ternario addito excrescunt, multiplica* 99 *per* 3, *exurgunt* 297, *quæ adde primo, fiunt* 307. *Hic est vltimus progreßionis numerus. Hunc igitur adde primo, fiunt* 317, *quem numerum duc in dimidium omnium numerorum, hoc est* 50, *colliguntur* 15850, *quæ est summa*

ma 100. *numerorum ternario ascendentium à denario facto initio. Econtra verò dato primo progreßionis numero, & postremo similiter, itémque excessu cognito, multitudo numerorum progreßionem constituentium sic colligetur. A postremo aufer primum, residuum partire per excessum: ostendit huiusmodi operatio, quot sint numeri progreßionis præter primum. Vt in exemplo præcedente, sit primus progreßionis* 10. *postremus* 307. *excessus* 3. *Aufer* 10 *ex* 307. *restant* 297. *quæ diuide per* 3. *prodeunt* 99. *tot sunt numeri progreßionis præter primum: itaque omnes erunt* 100. *Iam verò ad progreßionem Geometricam venientes sic colligemus summam plurium numerorum aliqua proportione præcedentium, hoc est, continua multiplicatione vnius numeri productorum. Postremum igitur progreßionis numerum multiplica per eum per quem reliqui multiplicando procreati sunt, & vnde proportio progreßionis nomen habet: à producto hoc aufer primum progreßionis numerum: residuum deinde partire per numerum vnitate minorem quàm is est per quem multiplicasti, sic colligetur omnium summa. vt.* 2.6.18.54.162.486.1458.4374.13122. *postremum omnium multiplica per* 3. (*vt reliquos multiplicatos vides*) *fiunt* 39366. *Hinc aufer*

aufer primum, relinquuntur 39364. Hunc numerum partire per 2. qui est numerus vnitate minor ternario. est ergo summa omnium 19682. In proportione dupla diuisione non est opus, quia vnitas non diuidit. At quoniam tædiosum est omnes illos numeros progreßionis per multiplicationem vsque ad vltimum producere, subijciam & huius negotij compendium.

Primum multiplica per ordinem aliquot progreßionis numeros, quibus in ordinem digestis subscribe naturali serie numeros, facto initio sub secundo: sub primo verò scribe 0, vt vides in exemplo annotato.

3.	9.	27.	81.	243.	729.
0.	1.	2.	3.	4	5

Ex his paucis breui in infinitum quasi progredi licebit. Si enim duos quoscunque ex his numeris inuicem multiplicaueris, productumq́; per primum diuiseris, producetur numerus eo loco ponendus, quem duo numeri subscripti numeris multiplicatis additione facta indicabunt. Vt si 729, per 243 multiplicaueris, consurgent 177147, quæ per primum, hoc est 3 diuisa, eliciunt 59049. Hic est numerus nono loco ponendus, eo ordine quo numeri subscripti sunt, idq́; propterea quòd numeri subscriptis duobus multiplicatoribus 4, & 5, efficiunt 9, simul additi. Hunc numerum postremò inuentum

si in seipsum duxeris, & productum per primum diuiseris, elicies numerum decimo octauo loco ponendum, quia 9, & 9, efficiunt 18. Sic quoque si 729 in se duxeris, ac vt diximus diuiseris per primum, producetur numerus decimus à secundo, quia ei subscribuntur 5, quæ bis accepta faciunt 10. Quando autem primus progreßionis numerus vnitas est, tum diuisione per primum non est opus, vt quiuis facile collegerit. Est & aliud compendium harum progreßionum. Si enim primum numerum multiplicaueris per numerum proportionis in se ductum semel, ac sic deinceps per eundem multiplicantem progressus fueris, produces numeros progreßionis alternis locis ponendos. Item si numerum proportionis bis in se ipsum duxeris, ac per hoc productum, quod cubum vocamus, progressus fueris: habebis numeros ternis locis ponendos. Exempli gratia, volo in proportione siue habitudine tripla progredi citò, facto initio à 4. Igitur 3, numerum proportionis multiplico in se, fiunt 9, atque hunc numerum rursum per 3 multiplico, fiunt 27. Igitur si 4, per 27 multiplicauero, fiet, 108, numerus tertio loco ponendus à secundo. Quòd si eundem hunc rursum per 27 auxero, fient 2916, numerus, sexto loco collocandus, hoc est, septimo à primo. Eodem

modo,

modo, si 3 in se ter duxero, fient 81, per hunc si progressus fuero, muliplicando & reliquos productos, producam numeros, quarto, octauo, duodecimoq; loco ponendos, hoc est, tribus semper intermissis progreßionis numeris. Sic igitur facile ad vltimum progreßionis numerum deueniemus, summamq; omnium ex præscripta via colligemus.

DE REGVLA PROPORTIONUM siue Trium Numerorum.

Solent alij post species istas prædictas, ingerere discentibus mox alias species fractorum, siue minutiarum, ingenia ipsorum præceptis sine vsu obruentes: Mihi satius visum est, mox vsum specierum qualemcunq; per regulas indicare, ne recens iacta fundamenta sine vsu collabantur. Huic igitur rei maximè quadrabit regula illa nunquam satis laudata, Proportionum, siue regula Trium: quæ ideo hoc nominis habet, quòd ex tribus cognitis numeris, quartum ignotum doceat elicere. Res breuis est & facilis, vsus immensus, cùm in vsu communi, tum in Geometria ac reliquis artibus Mathematicis. Praxis igitur talis est: Multiplica tertium per medium: quod hinc exurgit, partire per primum: numerus ex diuisione

 surgens,

ſurgens, oſtendet numerum quem inquirebas. Quòd ſi rationem huius rei cupias, vide Euclidis decimam nonam ſeptimi, & alias eò pertinentes.

Vt ſi talis proferatur in medium quæſtio, pro tribus menſibus ſoluendi ſunt 20 aurei, quot oportebit ſoluere per 9 menſes? Duc 9 per 20, fiunt 180, quæ diuide per 3, prodeunt 60 aurei ſoluendi pro 9 menſibus.

Menſes	Aurei	Menſes
3	20	9
	9	
	180	
	3	(60 aurei

8 *Artificium verò magis conſiſtit in collocandis ordine numeris, quàm operatione, quod hac via facile fit: Cùm tres ſint ſemper cogniti numeri, vnus tantùm habet quæſtionem ſibi annexam; hic ſemper tertius eſto. primus verò erit numerus alter, qui de eadem eſt re, ſecundus ſiue medius qui relinquitur. Exempli gratia, Facta quæſtione, 7 vlnæ panni conſtant 13 aureis, quot vlnas emero pro 39 aureis? Tertius erit hoc exemplo numerus 39, quod huic quæſtionis nota adijciatur: primus igitur ac diuiſor 13, quoniam eandem rem cum tertio, ſcilicet aureos, denotat, medius 7, quem duc in 39, exurgunt 273. Hunc numerum*

merum si per 13 partiaris, habes 21 vlnas pro 39 aureis.

Aurei	Vlnæ	Aurei
13	7	39
	39	
	273	(21 vlnæ
	13	

Oportet igitur primum numerum cum tertio eiusdem esse rei & nominis, vt si talis quæstio fiat. Per annum exoluo 80 aureos, quantum 7 diebus? Non rectè collocati sunt numeri, eò quòd primus maioris temporis sit quàm vltimus. Oportebat igitur dixisse: 365 diebus persoluo 80 aureos, quot 7 diebus? Aut 52 hebdomadis expendo 80 aureos, quot vna? Necesse est enim vtrobique vel annos vel dies vel quamcunque eiusdem nominis rem per numerum denotari.

Collocatis numeris ordine præscripto, si diuidas tertium per primum, quotientem multiplices per medium, idem prodibit ac si priori modo fuisses operatus. Quare poteris etiam hac via periculum facere, num bene operatus fueris. 9

23	48	69
	3	23
productus	144	(3

Item si diuidas secundum per primum, quo-

 tientem

tientem ducas in tertium, idem etiam prodibit, vt 22 dant 66, quantum 106? diuide 66 per 22, exeunt 3, quæ duc in 106, prodeunt 318. Rursus si vides primum & secundum diuidi posse facilè per aliquem tertium, pone quotientes ipsorum loco primo, & secundo, tertio non variato, fiet hac via facilis operatio.

12	36	367
	pone	
2	6	367

Vel demum, si primus cum tertio, communem diuidentem admittunt, repone quotientes huiusmodi loco ipsorum, medio non euariato, reliquam deinde prosequens doctrinam regulæ. Huiusmodi multa collegerit facilè, qui in demonstrationibus Geometricis fuerit mediocriter versatus: quæ verò discentibus sat esse putaui, non piguit adijcere, per quæ & operari, & operationem confectam examinare licet. Si enim per varias huiusmodi dictas vias ad eundem attigeris scopum, rectè operationem te instituisse audacter credas.

SECVNDA PARS DE Fractionibus siue Minutiis.

Fractio

FRactiones, minutias aut partes appellamus numeros integræ rei partes significantes, vt $\frac{1}{2}$ semissem significat, $\frac{1}{4}$ quadrantem siue quartam partem, $\frac{3}{4}$ dodrantem, aut tres quadrantes. Scribuntur duobus numeris, superiorem numeratorem, inferiorem denominatorem appellant: hunc quòd denotet, quot in partes integrum secari oporteat: illum quia quot huiusmodi sumendæ sint particulæ numeret, veluti $\frac{3}{7}$, hic inferior denominator integrum diuidendum in 7, sumendas tamen tantùm tres septimas innuit superior. Cùm igitur duo hi fuerint æquales, semper integrum tantùm denotatur vt $\frac{12}{12}$. Cùm superior maior est, plus integro, cùm minor est, minus integro significat. Quantumq; in summa superior ab inferiori abest, tantum ab integro minutiæ superantur. Sunt etiam fractionum, vt vocant, fractiones, siue minutiæ minutiarum, quæ rarius occurrunt: scribuntur autem per plures simplices minutias, vt $\frac{3\ 1}{4\ 2}$ significant tres quadrantes semißis, vel dimidium dodrantis.

1	2	3	4	5	6	7	*Integrum*
	1		2		3	$\frac{6}{7}$	
1	2	3	4	$\frac{1}{1}$			
			$\frac{1}{4}$				

mantur

Item $\frac{3\,2\,6}{4\,3\,7}$, *hoc est tres quartæ duarum tertiarum ex 6 septimis, hoc est integri diuisi in 7, cape 6, particulas, quas rursus seca in tres, harum accipe duas, quas diuide in quatuor, tandem tres huiusmodi significantur particulæ. Quotiescunque igitur tales occurrerint, mox ad simplices reducito, prius quàm aliud quippiam cum illis agas, hoc pacto: multiplica primum superiorem in se dum, & si plures adsint, productum in te summam superiori loco scribe. Similiter pri inferiorem duc in secundum, productum in tertium: summam subscribe priori summæ interposita lineola, vt in exemplis prioribus* $\frac{3\,1}{4\,2}$, *faciunt* $\frac{3}{8}$ *tres octauas integri. Item* $\frac{3\,2\,6}{4\,3\,7}$ *duc 3 in 2, exeunt 6: quæ duc in tertium scilicet 6, fiunt 36, quæ pone hoc pacto* $\frac{36}{}$ *: deinde 4 in 3, fiunt 12, quæ duc in 7, exurgunt 84, ea subscribe sub alijs sic* $\frac{36}{84}$ *hoc est, 36 octogesimæ quartæ.*

Fractiones quæ plus integro valent, reduces ad integra, diuidendo numeratorem per denominatorem, quoties integra valet: residuum suprascribe diuisori siue denominatori, vt $\frac{806}{7}$ *valent 115 &* $\frac{1}{7}$. *Integra contrà conuertes in partes, multiplicando numerum integrorum per denominatorem partium, vt 64 reduces in quadrantes, si multiplicaueris 64 per 4, exurgunt* $\frac{256}{4}$. *At si integris*

tegris

tegris minutiæ annexæ sint, eas in vnam fractionem sic colliges: Multiplica integrorum numerum per denominatorem fractionis annexæ: producto adiunge numeratorem fractionis annexæ, habes numeratorem fractionis, subscripto eodem denominatore, vt 23 & $\frac{2}{3}$, valent $\frac{71}{3}$, nam ter 23 valent 69, quibus adijcio 2. Hæc res vsui est in multiplicatione & diuisione, & regulis sequentibus, vt facilior fiat operatio. Cùm verò fractionum numeri nihil significent, nisi secundum proportionem superioris ad inferiorem, fit vt pluribus numeris eadem res notetur: commodissimum tamen est, quàm minutissimis scribi numeris. Si igitur maioribus numeris scriptam fractionem, placet minutissimo quàm potest fieri numero exprimere, inquire numerum quemcumque qui ambos, superiorem scilicet & inferiorem, ita exactè diuidat, vt nihil supersit, quotientes enim tales idem cum priori significant, vt $\frac{9}{12}$ diuide 9 per 3, exeunt 3. Item 12 partire per 3, exurgunt 4. Dicimus igitur $\frac{3}{4}$ idem valere cum $\frac{9}{12}$. Si verò ob imperitiam numerum hunc diuidentem non potes inuenire, aufer ergo minorem ex maiori, deleto illo à quo fit subtractio: rursusque minorem propositorum à maiori, donec fiant duo numeri pares, qui sanè indicant numerum, per quem ambo

diuidi habent, vt ad minimam deueniant proportionem. Istius rei doctrina pendet ex prima septimi Euclidis. Exempli gratia, $\frac{27}{81}$, aufero 27 ex 81, restant 54, hinc rursus 27, restant 27, Si ergo diuidas vtrunque per 27, prodit $\frac{1}{3}$, quæ idem valet cum $\frac{27}{81}$, cùm sit eadem proportio superioris ad inferiorem. Item $\frac{27}{63}$, aufer 27 ex 63, restant 36, hinc aufer 27, restant 9, quæ aufer ex 27, restant 18, hinc deinde 9, restant 9. Diuide igitur $\frac{27}{63}$ per 9, videbis $\frac{3}{7}$ idem valere cum $\frac{27}{63}$. Compendium. Si & superiori & inferiori adsint initio cyphræ, abijce illas: $\frac{100}{500}$ enim non plus valent nec minus quàm $\frac{1}{5}$: $\frac{300}{270}$ valent $\frac{30}{27}$. oportet enim vtriq; æquè multas adimere cyphras: $\frac{10}{20}$ valent $\frac{1}{2}$.

Valorem fractionis in quocunque integro sic inuenies: Multiplica superiorem per partes integri notas, productum partire per inferiorem, videbis quot huiusmodi notas partes valeat fractio, vt quoniam priscis Romanis libra valebat 48 aureos, quorum singuli æstimati erant ad 25 denarios, volo scire quantum valebant $\frac{3}{5}$ vnius libræ. Multiplico igitur 48 per 3, fiunt 144, quæ diuido per 5, colligo igitur 28 aureos & $\frac{4}{5}$ aurei, ideóque rursum multiplico 25 per 4, productúmque diuido per 5, sic colligo 20 denarios, vnde pronuncio $\frac{3}{5}$ vnius libræ apud Romanos valuisse 28 au-

reos

reos & 20 denarios. Eodem modo colliges & apud nos $\frac{3}{4}$ dimidij Angelati &c. (vt vocant) quot solidos valeant. Multiplica 3 per 5, cùm tot sint nummi solidi dicti in dimidio angelati, exurgunt 15. quæ partire per quatuor, habes 3 solidos & $\frac{3}{4}$ solidi. Iterum multiplica 3 per 12 asses siue stuferorum semisses, aut (vt nostri vocant) grossos, quæ solidum efficiunt, exurgunt 36: quæ partire per 4, habes 9 grossos. Similiter si alia proposita sit moneta, vel res quæcunque, per valorem eius notum agendum vt diximus.

Reductio ad eandem denominationem.

Partes variæ denominationis non possunt commodè ad inuicem addi, neque ab inuicem auferri, vt tertiæ partes cum quartis partibus, quemadmodum diuersorum numismatum numeros in vnam summam non colligimus. Oportet igitur ante additionem & subductionem, partes variè denominatas ad eandem denominationem reducere, quod sic fit. Sint exempli gratia, $\frac{2}{3}$ addendæ cum $\frac{4}{5}$, multiplica denominatores in inuicem, vt 3 in 5, fiunt 15, qui erit denominator communis vtriusque fractionis. Deinde duc numeratorem primæ fractionis in denominatorem secundæ, scilicet 2 in 5, fiunt 10, prodit

nume

numerator primæ fractionis. Itidem duc numeratorem secundæ in denominatorem primæ scilicet 4 in 3, fiunt 12, numerator secundæ fractionis. Igitur $\frac{10}{15}$ *&* $\frac{2}{3}$ *idem valent, similiter* $\frac{12}{15}$ *cum* $\frac{4}{5}$*. Ac iam sunt reductæ in eandem denominationem, scilicet decimas quintas, atque hic Canon generalis est, habétque suum robur ex 17 septimi Euclidis.*

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$$

Praxis *Valent*

$$\frac{10}{15} \quad \frac{12}{15}$$

Si forte denominator alterius continetur aliquoties exactè in altero denominatore maiore, vide quoties id fiat, vt $\frac{3}{4}$ *cum* $\frac{5}{12}$ *hic, 4 in 12 continentur ter, ergo per 3 multiplica numeratorem denominatoris minoris, scilicet 3, fiunt 9, quæ pone pro numeratore, subscripto maiore denominatore. Dico igitur* $\frac{9}{12}$ *idem valere tum* $\frac{3}{4}$*, & iam habere eandem denominationem cum* $\frac{5}{12}$*. Rursus si alter alterum non contineat aliquoties exactè, attamen ambo in tertio continentur numero, vt* $\frac{5}{12}$ *cum* $\frac{7}{18}$*, hic 12 & 18, se mutuò non continent exactè, sed vterque continetur in 36: tum vide quoties prior denominator*

$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{12}$
valent	
$\frac{9}{12}$	$\frac{5}{12}$

tor continetur in tertio 36, & per quotientem multiplica numeratorem eiusdem fractionis, scilicet 5 per 3, fiunt 15, numerator prioris fractionis. Simili ratione vide quoties alter denominatorum continetur in tertio, scilicet 18 in 36, per quotientem 2 scilicet, multiplica numeratorem alterius fractionis 7, exurgunt 14 numerator alter, seruato tertio numero 36, pro denominatore communi, fient itaque $\frac{5}{12}$ & $\frac{7}{18}$ $\frac{15}{36}$ & $\frac{14}{36}$

$\frac{5}{12}$ $\frac{7}{18}$
Valent
$\frac{15}{36}$ $\frac{14}{36}$

Additio minutiarum.

Si denominatores sunt dißimiles, reduc eos ad eundem denominatorem, deinde adde in vnam summam numeratores, subscripto denominatore communi, vt $\frac{2}{7}$ & $\frac{3}{7}$ *efficiunt* $\frac{5}{7}$: *item* $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{12}$ *faciunt* $\frac{14}{12}$. *Si plures sint fractiones, adde primum duas, summæ adde tertiam, vt* $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ *cum* $\frac{4}{5}$, *primum* $\frac{2}{3}$ *cum* $\frac{3}{4}$ *faciunt* $\frac{17}{12}$: *cum his iunge* $\frac{4}{5}$, *fiunt* $\frac{133}{60}$, *hoc est, 2 integra &* $\frac{13}{60}$.

Subtractio.

Vt in additione fac sint similes denominatores, tum aufer numeratorem minorem ex maiori, residuo subscribe denominatorem eundem, vt $\frac{3}{9}$ *ex* $\frac{6}{9}$, *restant* $\frac{3}{9}$. *Item* $\frac{7}{18}$ *ex* $\frac{5}{18}$ *restant* $\frac{1}{16}$.

Mi

Minutias ex integris auferendi modus.

Fractiones ex integris auferes, si prius vnitatem integri fregeris in partes, vt $\frac{3}{7}$ ex 9 integris, restant $8\frac{4}{7}$. Nam vnum integrum valet $\frac{7}{7}$, deinde aufero $\frac{5}{7}$, restant $\frac{4}{7}$ cum 8 integris.

Multiplicatio.

Duc numeratorem in numeratorem, & denominatores similiter in inuicem: quod ex multiplicatione numeratorum prouenerit, erit numerator: reliquum ex multiplicatione denominatorum, denominator, vt $\frac{5}{7}$ per $\frac{3}{4}$ multiplicando, proueniunt $\frac{15}{28}$.

Si fractiones in integra ducere placuerit, duc integra in numeratorem fractionis, subscripto eiusdem denominatore, vt $\frac{5}{12}$ ducendo in 20, producunt $\frac{100}{12}$, hoc est $8\frac{1}{3}$.

Diuisio.

Multiplica numeratorem diuidendi numeri per denominatorem diuisoris, prouenit numerator: contrà denominatorem diuidendi per numeratorem diuisoris, exurgit denominator, veluti diuidendæ sunt $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$, duc 2 in 5, fiunt 10: similiter 3 in 4, efficiunt 12: sunt ergo $\frac{10}{12}$ siue $\frac{5}{6}$. Si denominatores sunt similes, diuide numeratorem

diui

diuidendi per alterum. Vt $\frac{27}{32}$ diuidens per $\frac{3}{32}$ produces 9. Si numeratores fuerint pares, tunc denominatorem diuisoris superscribe denominatori diuidendi, vt $\frac{3}{4}$ per $\frac{3}{8}$ faciunt $\frac{8}{4}$ hoc est 2. Contra $\frac{3}{8}$ per $\frac{3}{4}$, efficiunt $\frac{4}{8}$ siue $\frac{1}{2}$. Si alter numeratorum alterum aliquoties continet, per illum quotientem multiplica denominatorem minoris numeratoris, productum erit numerator, si minor numerator fuerit diuisoris: si diuidendi, denominator, reliquus numerus qui minutias perficiet, erit denominator maioris numeratoris. Exempli gratia, $\frac{3}{5}$ diuidendæ sunt per $\frac{12}{13}$: quoniam 3 in 12 continentur quater, multiplico 5 per 4, sunt 20 denominator, numerator verò 13, prouenunt $\frac{13}{20}$ contrà si $\frac{12}{13}$ diuidas per $\frac{3}{5}$, exurgunt $\frac{20}{13}$.

$\frac{12}{13}$ per $\frac{3}{5}$ fiunt $\frac{13}{20}$

Huiusmodi plura licet inuenire compendia, sed discentibus hæc sufficiant. Si vel integra per fractiones, aut contrà has per illa diuidere placeat, subscripta integris vnitate operare, tum multiplicando, tum diuidendo, ac si fractiones essent, vt 7 per $\frac{3}{4}$ diuidendo, exeunt $\frac{28}{3}$, hoc est 9 $\frac{1}{3}$, contra $\frac{3}{4}$ per $\frac{7}{1}$ diuidens, elicies $\frac{3}{28}$. Si integra cum fractis occurrant, ea primùm in vnam fractionem reducito per Canones reductionum.

REGVLA TRIVM
in minutijs.

Collo

Collocatis (vt paulo ante fractionum tractatum documus) tribus numeris, vt quartum elicias ignotum, multiplica tertium in secundum: productum diuide per primum, producetur quæsitus & ignotus numerus, obseruatis omnibus quæ illic obseruanda diximus. Exempli gratia $\frac{1}{4}$ vlnæ vaneunt $\frac{2}{3}$ aurei, quanti emam $\frac{5}{6}$ vlnæ? Multiplica $\frac{5}{6}$ per $\frac{2}{3}$ proueniunt $\frac{10}{18}$ siue $\frac{5}{9}$. has diuide per $\frac{1}{4}$ exurgunt $\frac{20}{27}$: quantum verò hæ valeant in vnoquoque genere, docuimus anteà inuestigare. Si aliquo loco fuerint integra sola, ipsis subiecta vnitate similis erit operatio cum minutijs, veluti $\frac{10}{1}$ vlnæ emuntur $\frac{12}{1}$ aureis, quanti $\frac{3}{4}$? multiplica $\frac{12}{1}$ per $\frac{3}{4}$, erunt $\frac{36}{4}$ siue $\frac{9}{1}$, quæ diuide per 10, erunt $\frac{9}{10}$ aurei.

Si fracta cum integris occurrant, ea ad vnam fractionem reducito per regulas reductionum. Si verò res plures concurrant vno in loco, veluti si vno anno cum tribus mensibus, & tribus hebdomadis expendo 200 aureos, quantum debeo pro 7 mensibus? Tum omnes illa res reducito ad minimã omnium: Veluti hoc in loco ad hebdomadas, sumendo pro anno 52 hebdomadas, pro tribus mensibus 12, quibus adiunge 3, fient 67 hebdomadæ. Simili ratione fac ex 7 mensibus 28 hebdomadas, ac tum reliqua perfice pro regulæ forma.

REG.

REGVLA TRIVM
euerſa.

IN præcedentibus omnibus exemplis ac alijs infinitis, ſemper ea eſt ratio quarti numeri ad tertium, quæ eſt ſecundi ad primum. Atque ideo quanto tertius maior fuerit, tanto & quartus. In quibuſdam verò exemplis, contraria penitus ratio eſt, ita vt quanto tertius maior fuerit, tanto quartus minor euadat. Veluti ſi modium tritici væneat 5 aureis, tum pendet panis vnius ſluferi quatuor libris: quæſtio eſt, quantum deprimet panis eiuſdem precij, dum eadem menſura tritici valet tantùm 3 aureos? Item, emit quidam 20 vlnas panni, latitudinem habentis 2 vlnarum: in quæſtionem vocatur, ſi velit ſubducere aut tunicas, aut aulæa, quot vlnis opus ſit alterius panni, habentis latitudinem trium vlnarum. Vides manifeſtè in priori exemplo, quanto minoris venit triticum, tanto plus deprimet panis. Atque in altero, quanto latius fuerit alterum panni genus, tanto minus opus habes ad ſubducendum.

Simile eſt huic, Quidam obſeſſus exercitus 3000 militum habet quo viuat ad 7 menſes, verùm ſpes nulla eſt ſolutionis obſidionis ante annum:

quæstionem ergo moueo quot milites dimittet dux, vt reliquis sufficiat ad anni calcem, & quot secum retinebit? Nam & hîc quanto longius tempus fuerit, tanto minori militum numero sufficiet victus.

In his ergo atque similibus, vt est euersa ratio, ita contrarius operandi modus. Multiplica ergo primum in secundum, productum diuide per tertium. Vt in tertio exemplo, duc 7 menses in 3000, prodeunt 21000, quæ diuide per 12 menses, hoc est annum, exurgunt 1750 milites, quibus tantum sufficiet victus idem ad annum. Reliqua sunt facilia.

PARS TERTIA DE regulis vulgaribus.

EX vna hac regula (quam verè auream licet appellare) multæ diuersæq; regulæ, siue Canones operandi tanquam rami ex trunco oriuntur, adeò vt in omnibus ferè quæstionibus locum habeat, ac omnes Canones huic innitantur tanquam fundamento seu basi, quarum vna est regula duplex, quam ex tali exemplo intelliges. Pro 20 libris cuiusuis mercis aduectis per 30 miliaria soluendi sunt 4 aurei, quantum pro 50

libris

libris aduectis per 40 miliaria? Si hîc diligenter obserues qui numeri sibi mutuò respondeant nomine & re, & qui primi, quis medius: & duas operationes institueris secundum regulam proportionum, facilè quæstioni satisfiet. Semper autem numerus ex priori operatione productus, medius erit in posteriori quæstione. Vt 20 libræ dant 4 aureos, quantum 50 lib? faciunt 10 aureos. Rursus dic, 30 miliaria dant 10 aureos, quantū 40 miliaria, faciunt 13 $\frac{1}{3}$ aureos. Item 25 aureorum in 4 annis lucrum est, 8 aurei, quantum lucrabuntur 100 aurei in 10 annis? Dic, 25 aurei dant 8, quantum 100? fiunt 32. Dic rursus, 4 anni dant 32, quantum 10? facit 80 aureos. Item 6 aurei lucrantur 8 aureos 10 annis, in quot annis lucrifacient 3 aurei 12 aureos? Hîc diligenter nota priorem operationem debere fieri per regulam trium euersam. quanto enim minor sors fuerit, tanto maiori opus est tempore pro lucro æquali. Dic igitur, 6 aurei dant 10 annos, quot tres aurei? multiplica primum in medium, &c. fiunt 20. Rursus dic, 8 aurei acquiruntur 20 annis, quot annis 12? facit 30. Hîc vide, ne confundaris aureorum appellatione, cùm aliquando sortem, aliquando lucrum significant: oportet autem idem significari primo & tertio regulæ loco, vt antea

documus. Equi 7 edunt 12 mensuras auenæ diebus 20, quot edent 14 equi 15 diebus? Dic, 7 equi edunt 12, quantum 14? facit 24. Rursus, 20, diebus eduntur 14. quantum 15? facit 18 mensuras, me-
32 *dimnos puta, aut quoduis genus mensuræ. Simile est, 10 messores demetunt 15 iugera tempore 7 dierum, quod diebus 16 messores demetent 20 iugera? Verùm hîc rursus prior operatio fiat per regulam euersam: quoniam quanto plures messores, tanto minori tempore opus fuerit. Dic igitur, 10 messores opus habent tempore 7 dierum, quanto 16 messores? multiplica 10 per 7, fiunt 70: diuide per 16, fiunt* $4\frac{3}{8}$ *dies. Rursus dic, 15 iugera exigunt* $4\frac{3}{8}$ *dies, quod 20 iugera? operare per Canonem, inuenies* $5\frac{5}{6}$ *dies, hoc est, quinque dies & 20 horas. Vide operationem sequentem,*

10.	7.	16.	*Secunda operatio,*
	10.		15. | $4\frac{3}{8}$ | 20
	70	($4\frac{3}{8}$	20
	16		$\frac{700}{8}$ *diuidendæ per* $\frac{15}{1}$
			$\frac{700}{120}$ *hoc est,* $5\frac{5}{6}$

REGV

REGVLA CONSORTII, siue, vt dicunt, Societatis.

QVatuor mercatores inito consortio lucrati sunt 3000 aureorum, sed primus attulit tantum 30 aureos, secundus 50, tertius 60, quartus 100: in quæstionem vocatur, quantum cedere debeat vnicuique ex lucro pecunia sorti commissa. Hæc regula parum etiam aut nihil differt à regula Trium. Collige enim omnium pecuniam collatam in vnam summam, per additionem, veluti 30, 50,60, & 100, efficiunt 240 aureos. Iam dic 240 aurei lucrati sunt 3000 aureorum, quantum 30 lucrantur? Operare secundum regulæ morem: sic colliges lucrum primi, 375 aureorum. Rursus pro secundi lucro dic, 240 lucrantur 3000, quantum 50? ac sic pro singulis vnam constitues regulam trium, vt semper primus siue diuisor sit summa pecuniæ omnium, medius lucrum, tertio loco pro singulis ipsorum collocabis sortem. Habebit igitur primus 375, secundus 625, tertius 750, quartus 1250: quorum summma 3000 efficit. Huius regulæ ratio accipitur ex 12 septimi Euclidis.

Ecce operationem.

240 *Diuisor*	3000	30	375
		50	625
		60 *Fiunt*	750
		100	1250
		240	3000

Similis ratio est in iactura, qualis in lucro. vt si naue fracta eiectæ sint merces in mare, omnes qui consortium ineunt, ex æquo damnum ferent pro diuerso precio mercium singulorum: vt si primi merces valebant 300 *aureos, secundi* 400, *tertij* 500 *: eiectæ verò sint merces* 100 *aureorum, amittet primus* 25, *secundus* $33\frac{1}{3}$, *tertius* $41\frac{2}{3}$ *& cuius merces eiectæ fuerint, is pecuniam à reliquis accipiet. Eiusdem omnino generis est quæstio: Tres emerunt* 1000 *libras cinnamomi pro* 300 *aureis: primus capit* 200 *libras, secundus* 350 *lib. tertius* 450 *lib. quantum soluet quilibet? Si enim dicas,* 1000 *lib. valent* 300 *aureos, quantum* 200 *lib? item quantum* 350? *ac tertio quantum* 450? *ac tribus operationibus regulæ Trium completis, soluet primus* 60 *aureos, secundus* 105, *tertius* 135.

De

De intercapedine temporis diuersa in consortio.

Tres mercatores consortio inito, lucrati sunt 2345 aureos, verùm primus suam pecuniam scilicet 40 aureos post 14 menses repetijt, secundus 50 post 8 menses, tertius attulit per 6 menses 85 aureos: quæstio est quantum cedet singulis cùm pro ratione pecuniæ, tum temporis etiam? Hæc etiam regula breuiter ad regulam Trium sic reducitur: Medius erit, vt prius, lucrum: tertius, vniuscuiusque pecunia per tempus suum multiplicata. oportet enim proportionem lucri, compositam esse ex proportione pecuniæ & temporis. Vnde pecuniæ singulorum per suum quæque tempus, seruabunt in productis vtranque rationem & pecuniæ & temporis, vt ex 5 octaui Euclidis patet. Ponemus ergo pro primo 560, pro secundo 400, pro tertio 510. primus summa horum trium per additionem collecta, veluti 1470. Operare iam secundum regulam consortij, habebit primus 893 $\frac{1}{3}$, siue $\frac{7}{21}$, pro secundo 638 $\frac{1}{21}$, tertius 813 $\frac{12}{21}$ siue $\frac{4}{7}$. Vide tamen vt tempus vniuscuiusque sit eiusdem denominationis, & similiter pecunia. Sequitur operandi formula.

1470. 2345.	560		$893\frac{7}{21}$
	400	*ſurgunt*	$638\frac{2}{21}$
	510		$813\frac{12}{21}$
	1470	*ſumma*	2345

Huic ſimile eſt, tres lucrati ſunt communi ſorte 1000 *aureos: primus attulit* 30 *aureos per nouem menſes, ſecundus* 70 *aureos, tertius* 100 *aureos: quærit aliquis, quanto tempore duorum poſteriorum pecunias oporteat eſſe in vſu communi, vt primus habeat* 500 *aureos, ſecundus* 300, *tertius* 200. *Quoniam enim oportet tempus multiplicari per pecuniam, vt in præcedenti quæſtione declarauimus, duc* 30 *aureos in* 9, *fiunt* 270. *Iam dic,* 500 *aurei quos accipit primus, valent* 270, *quãtum* 300, *quos accipit ſecundus? Operare ſecundum canonem, exibunt* 162. *tantum oportet conficiat pecunia ſecundi multiplicata per ſuum tempus. Si ergo diuidas* 162 *per* 70, *inuenies tempus ſcilicet duorum menſium & $\frac{11}{35}$ menſis. Tertij ſimiliter tempus inuenitur menſis* $1\frac{2}{25}$.

Canonici 12 *& Capellani* 20 *diuidunt ſingulis annis* 3000 *aureorum, ea lege, vt Canonicorum ſinguli quinos recipiant, quoties Capellanus* 4, *quantum ergo debetur ſingulis? Hîc vt antè dictum, multiplica numerum perſonarum*

per

per numerum vices notantem, scilicet 12 per 5, fiũt 60: & 20. per 4, fiunt 80: ea adde, fiunt 140. Iam dic, 140 dant 3000, quantum 60? & quantum 80? Itaque inuenies pro Canonicis omnibus 1285 $\frac{5}{7}$ aureos: pro Capellanis 1714 $\frac{2}{7}$. Quantum verò singuli recipiant, diuisio indicat.

140.	3000.	60		1285 $\frac{5}{7}$
		80	*fiunt*	1714 $\frac{2}{7}$
		140	*summa*	3000

Titius ab obitu relinquens vxorem grauidam, legauit ei si filiam pareret $\frac{1}{2}$ bonorum, quæ valebant 3600. aureos, filiæ tertiam partem: at si mascula gauderet prole, obtineret mater tertiam partem, filius dimidiam. Peperit autem & masculum & fœmellam vno partu. Quæritur quæ sit portio vniuscuiusque horum vt testatori satisfiat? Primùm vide testatoris animum, qui voluit vt filia minimam acciperet partem, filius maximam. Quære igitur numerum in tales partes diuisibilem, quales aßignantur, scilicet 2 & 3 veluti 6, horum dimidium valent 3, item $\frac{1}{3}$ 2. Vides ergo partes bonorum se debere habere, vt 2 & 3, hoc est, dum filia 2 aureos habet, tum matri 3 debentur. Et si mater 2 habet, filio debentur 3: ergo per regulam trium, si filia accipit 4, matri debentur 6, & filio 9. Hos autem tres

numeros per proportionem continuam sesquialteram, de qua posteà dicemus, facilius inuenies. Nunc sufficiat nosse oportere adsignari tres numeros, tali se habentes ratione sicut $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$, & tales sunt 4, 6, 9: nam 4 sunt $\frac{1}{3}$ de 12, quorum 6 sunt $\frac{1}{2}$. Item 6 sunt $\frac{1}{3}$ de 18, quorum 9 sunt $\frac{1}{2}$. His inuentis operare per regulam consortij, adde 4, 6, 9, fiunt 19. Dic, 19 diuidet 3600, quantum accipiet 4? quantum 6? & quantum 9? Et facta pro singulis vna operatione, cedent filiæ 757 $\frac{17}{19}$ aurei: matri verò 1136 $\frac{16}{19}$ aurei, filio 1705 $\frac{5}{19}$ aurei. Tribus prolibus relicti sunt ex testamento, vel alio quouis modo 7851 aurei, ea lege vt primæ cedat $\frac{1}{2}$, alteri $\frac{1}{3}$, tertiæ $\frac{1}{4}$. Hoc simile est cum priori. pro partibus enim incertis statue partes certas alicuius numeri, qui ita sit diuisibilis, scilicet in 2, 3, & 4. Eum numerum si quando inuenire nescias, duc eos in inuicem, quos diuisores esse vis, vt 2 in 3 reddunt 6, ea in 4, faciunt 24: is numerus est quem quærimus. At si tuo Marte potes tale inuenire, siue maiorem, siue minorem, nihil refert, quemadmodum in nostro proposito, 12 diuidi possunt per 2, 3, & 4. Diuide igitur & repone pro prima prole 6, tanquam $\frac{1}{2}$, pro secunda 4, scilicet $\frac{1}{3}$, pro tertia 3, quæ sunt $\frac{1}{4}$ ex 12. Cum his partibus 6, 4, 3,

progre

progredere per regulam consortij, vt suprà. Erit diuisor 13, eritque prima portio 3623 $\frac{1}{13}$, secunda 2415 $\frac{9}{13}$, tertia 1811 $\frac{10}{13}$. Quatuor extruxerunt ædes pro 3000 aureis, soluet primus $\frac{1}{2}$ cum 6 aureis, secundus $\frac{1}{3}$ cum 12 aureis, tertius 8 aureos minus quàm $\frac{1}{3}$, quartus $\frac{1}{4}$ cum 20 aureis, quantum soluent singuli? In huiusmodi exemplis, primùm quod superest vltra portiones statutas aufer ex summa diuidenda, quod deest adde: vt pro primo aufer 6, pro secundo 12, & pro quarto 20. Summa horum valet 38 aureos, sed pro tertio adde 8. aufer igitur 38 ex 3000, restant 2962, quibus rursus adde 8, fiunt 2970.

Hanc summam diuide per regulam consortij, vtì in præcedenti docui, quærens numerum diuisibilem in 2, 3, & 4, scilicet 12, & ponens pro primo 6, pro secundo 4, pro tertio 8, quo quarto quæ 3 coniuncta, efficiunt 21: hic diuisor esto ac primus numerus, medius 2970, tertius 6.4.8.3. Inuenies sic pro primo. 848 $\frac{4}{7}$: pro secundo, 565 $\frac{5}{7}$: pro tertio, 1131 $\frac{3}{7}$: pro quarto, 424 $\frac{2}{7}$. Sed iam adde primo suas 6, fiunt 854 $\frac{4}{7}$. Item secundo 12, fiunt 577 $\frac{5}{7}$: tertio adime 8 aureos, restant 1123 $\frac{3}{7}$: quarto adde 20, exurgunt 444 $\frac{2}{7}$. horum summa facit 3000 aureos, quæ erat summa diuidenda.

21	2970	6	854 $\frac{4}{7}$
		4	577 $\frac{5}{7}$
		8 *fiunt*	1123 $\frac{5}{7}$
		3	444 $\frac{2}{7}$

Sunt tamen qui alia via hoc in loco incedant, auferentes & addentes non summæ diuidendæ, sed singulorum partibus positis. Sed rationem hanc falsam esse demonstrare possem, nisi longum nimis esset, vt facile patet positis alijs, aut maioribus, aut minoribus numeris pro singulis. Tribus partiendi sunt 450 *aurei, ita vt primus* $\frac{1}{2}$ *&* $\frac{1}{3}$ *accipiat, secundus* $\frac{1}{3}$ *&* $\frac{1}{4}$*, tertius* $\frac{1}{4}$ *&* $\frac{1}{5}$*, quantum accipient singuli? Primum adde singulorum partes, scilicet* $\frac{1}{2}$ *&* $\frac{1}{3}$*, fiunt* $\frac{5}{6}$ *pro primo, pro secundo* $\frac{7}{12}$*, pro tertio* $\frac{9}{20}$*. Iam quære numerum diuisibilem in* 6, 12, *&* 20, *scilicet* 60, *huius* $\frac{5}{6}$ *sunt* 50, *quod cognosces diuidendo numerum illum inuentum, scilicet* 60 *per denominatorem, & productum multiplicando per numeratorem,* $\frac{7}{12}$ *valent* 35, $\frac{9}{20}$ *valent* 27. *Cum his procede per regulam consortij, habebit primus* 200 $\frac{50}{56}$*, secundus* 140 $\frac{35}{56}$*, tertius* 108 $\frac{27}{56}$.

112	450	50	200 $\frac{50}{56}$
		35 *fiunt*	140 $\frac{35}{56}$
		27	108 $\frac{27}{56}$

Ad similitudinem horum, multa poterit

quiuis effingere exempla, ac dubia eorum soluere, qualia sunt quæ ad regulam quam vocant Alligationis, attinent, quam breuibus explicabimus aliquot exemplis.

REGVLA ALLIgationis.

Oenopola quadruplex habet vinum: primi amphora valet 7 grossos, secundi 9 grossos, tertij 10 grossos, quarti precium est 12 grossorum. Vult ex quatuor generibus miscere 300 amphoras, ea lege, vt quælibet valeat 11 grossos, quærit quantum vniuscuiusque capiet? Hæc vt facilius capias, finge primum duo vinorum genera miscenda ad constitutum precium. Quòd si tum alterum genus valore tantum superet precium constitutum, quantum reliquum abest, tum vtriusque æquales portiones commixtæ efficient precium constitutum. Sin verò alterius vini precium bis tanto superet precium constitutum, quantò altero superatur: tum cum vna mensura carioris vini, duæ mensuræ vilioris commiscendæ essent, sicque excessus defectúsque compensarentur. Vnde colligitur, secundum excessuum & defectuum proportionem commiscendas esse varias vinorum mensuras, ídque permutatim, vt iam proposita ratio

ratio docuit. Hinc regula talis confecta est. Pone ordine precium vinorum, vti in exemplo vides, facto initio à minoribus ad maiora, ac illis præscribe precium commixti vini, quod hoc loco medium appellabimus, quamuis medium non sit exactè. Deinde confer vnumquodque minus precium ad medium & maius, ita vt excessum medij supra minus adscribas maiori: maioris excessum supra medium adscribas minori. Vt in nostro exemplo, quia tantum vnum est precium maius, ad illud adscribas omnes excessus medij supra minora: vnicuique verò minorum eundem excessum maioris, supra medium scilicet. Quibus factis, vt in regula societatis, adde omnes excessus in vnam summam: numerus iste erit primus regulæ ac diuisor, medius, numerus mensurarum miscendarum, tertij erunt differentiæ singulorum vt adscriptæ sunt. Et si plures apud eundem numerum differentiæ fuerint, illæ colligantur, vel uti figuratum sequitur.

Medium. 11.		*Differentiæ.*
	7	
	9	1
	10	1
	12	1
		4 2. 1.
		6

Sum

	1		30
Summa 10 dant 300, quantum 1?	1	*facit*	30
	1		30
	7		210

Quantum opus erit ſumere de vino, cuius amphora valet 8 groſſos, & quantum illius quod valet 11, ita vt amphora vna valeat 9 groſſos? Operare per regulam.

	8	2	
9	*Differentiæ.*		
	11	1	
		2?	$\frac{2}{3}$
Summa 3 dant 1, quantum		*fit*	
		1?	$\frac{1}{3}$

Quidam pro 200 aureis vult emere 400 lib. aromatum variorum, ſcilicet amigdalarum, ficuum, zinziberis, piperis, nucum myriſticarum, & croci. Quæſtio eſt, quot libras ſingulorū accipiet, vt 400 libras pro 200 aureis habeat. Primùm oportet inquirere precium vnius libræ pro medio numero, hac via: Dic, 400 lib. valent 200 aureos ſiue carolinos, quantum 1 lib? proueniet $\frac{1}{2}$ aurei carolini ſiue decem ſtuferi, quales 20 aureum carolinum complēt, more monetæ Brabanticæ. Deinde ſingulorum precium adſcribas, reductis omnibus ad eandem monetam: deinde fiat colligatio maioris & minoris precij, &c. vt in præcedendi docuimus quæſtione.

	6	*ficus*	1. 6
	7	*amig.*	6. 2
	9	*zinzib.*	2
10	11	*piper.*	4
	12	*nuces*	1. 3
	16	*croci*	4. 3

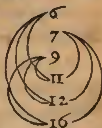
Precium 1. *lib.* *Differentiæ.*

	7	87 ½
	8	100
	2	25
Summa 32 *dant* 400, *quantū*	4 *fa.*	50
	4	50
	7	87 ½
	Summa	400

Sed neminem latere volo eandem quæstionem varijs aliquando modis posse explicari, dum variè alligamus minores cum maioribus ad medium veluti, in præscripta quæstione.

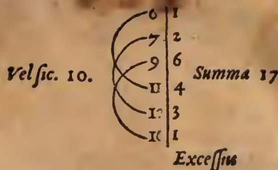
Medium

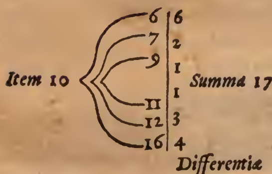
10

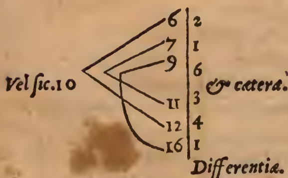


1. 2. 6.
1. 2. 6.
1. 2. 6.
4. 3. 1. *Summa* 51.
4. 3. 1.
4. 3. 1.
Excessus.

Vel


Vel sic. 10.
6
7
9
11
12
16
1
2
6
4
3
1
Summa 17
Excessus


Item 10
6
7
9
11
12
16
6
2
1
1
3
4
Summa 17
Differentiæ


Vel sic.10
6
7
9
11
12
16
2
1
6
3
4
1
& cætera.
Differentiæ.

Atque huiusmodi infiniti ferè extant modi. Interim tu memineris oportere, vt quilibet numerus semel minimùm alligetur, posse tamen sæpius, idq; ad varios comparari: atque huiusmodi ingenijs discentium relinquo. Quod in liquidis & aromatibus proposuimus, idem in metallis miscendis euenit, verùm operationis nulla est diuersitas: veluti si faber 100 lib. argenti habeat, Quarum vna lib. 17 aur. valeat: ac alteram massam, cuius 1. lib. valeat 24 aur. dubitat quantum argenti ex altera massa addendum sit priori, vt 1. lib. precium 22 aur. acquirat.

	24		5
Primum alliga 22		*excessus*	
	17		2
	5		$\frac{5}{7}$
Summa 7 dant 1, quantum		*facit*	
	2		$\frac{2}{7}$

16 *Iam dic per regulam notissimam, 2 lib. primi argenti opus habent 5 lib. secundi, quot desiderant 100 lib? facit 250 lib.*

Examen.

17 *Examen huius regulæ est, si numerum vniuscuiusque rei iam collectum multiplices per precium eiusdem rei, & summam addas, exibit summa pecuniæ primùm constituta.*

DE

DE REGVLA FALSI.

Multæ solent ac variæ præscribi regulæ & quæstiones, quas si placeret omnes exequi, in volumen ingens labor noster excresceret facile. Verùm hoc non fuit nostrum institutum, quia omnia conamur potius in vnum caput colligere, & ad vnam methodum reducere. Quemadmodum hactenus multas variasq́; quæstiones, ad vnam regulam Proportionum deduximus, quibus multæ similes & extant, & indies excogitari possunt. Veluti de diuisionibus, de lucri & damni ratione, de mercede conductis, atque huiusmodi innumeris: quorum nullum tam difficile est, quin facilè callenti nostra hactenus dicta explicari poßint. Attamen cùm plura sint exempla, & quæstiones, quæ ad regulam Proportionum commodè reduci non poßint, visum fuit tandem regulam quandam vniuersalem, tanquam sacram anchoram subnectere, per quam dubia reliqua poßibilia huic nostro instituto explicari poßint, & multæ etiam quæstiones earum quæ præcesserunt: quamuis id multo certius fieri & longè facilius per regulam, quam vocant Algebræ, posse sciam, qua vix quicquam vidi inter Mathematicas artes præstantius, atque elegantius. Sed cùm de hac ab alijs multa dicta

ſint, & fortaßis à nobis per Methodum (fauente Deo Opt. Max.) dicetur, cùm ea res peculiarem requirat tractatum, impræſentiarum miſſam facimus. Vocatur autem regula, quam iam docemus, Falſi, non quòd falſum doceat, ſed ex falſo verum elicere. fitq́; in hunc modum:

Propoſita quæſtione quacunque per hanc enodabili, eum numerum quem ſcire deſideras, tanquam notum iam tibi finge, ponens eius loco quencunque numerum; cum eo deinceps procede ſecundum exempli rationem, inferendo vnum numerum ex alio, donec ad aliquem certum & notum prius numerum in propoſita quæſtione datum perducaris, quem ſi rectè ex iam poſito ſiue ficto numero elicere potuiſti, is ipſius quem primum finxiſti, eſt verus finis quem inquirebas.

Veluti, tres habent ſinguli certam argenti ſummam, verùm ſingulorum ſummæ ignotæ ſunt, binorum verò notæ. Scio enim primi aureos cum ſecundi aureis valere 50, ſecundi cum tertij aureis 70, tertij cum aureis primi valent 60: quæritur ſumma ſingulorum. Finge ergo primi ſummam valuiſſe 20 aureos: ergo quoniam cum ſecundo habet 50, relinquuntur ſecundo 30, & tertio 40: quoniam ij valent 70 cum ſecundi aureis. Iam ſi 40 tertij, addantur 20 primi, exurgunt

gunt 60 aurei, ita vti voluit exemplum. Fuit itaque prima positio vera, neq; amplius quicquam agendum. At si ad notum numerum non perueneris exactè, verùm aliquo excesseris aut abfueris, vide excessum seu distantiam, eamq; nota cum hypothesi falsa & cum titulo plus, si excesserit: aut minus, si defuerit. Deinde finge tibi alterum numerum maiorem aut minorem iamiam posito, & cum ipso eodem modo procedas quo cum priori, donec ad notum numerum perueneris: quem si non attigeris, vide rursus differentiam, eamq; nota cum sua hypothesi, signoq; plus vel minus. Deinde multiplica hypothesim priorem in differentiam alteram: similiter hypothesim secundam in differentiam primam, producta duo serua. Hinc perpende signa plus & minus: quæ si ambo similia fuerint, scilicet aut plus aut minus, aufer productorum minus à maiori: itemq; aufer differentiam minorem à maiori: per residuum diuide residuum productorum, quotiens ostendet numerum quæsitum. At si signa fuerint dissimilia, alterum plus, alterum minus, adde producta illa duo, similiterq; differentias: & per harum summam diuide summam productorum: quotiens ostendet numerum quæsitum.

Duo habent ignotam mihi summam aureorum.

Inquit prior, ſi mihi dares vnum è tuis, haberemus æquam ambo portionem. Reſpondet alter, ſi mihi tu vnum è tuis dederis, habeo duplam tuæ ſummæ reſtantis: quæritur ſingulorum ſumma. Finge priorem 3 habuiſſe: igitur ſi vnum acceperit à ſecundo, habebit 4, tantundem relinquetur alteri. verùm quoniam iam 1 dediſſe intelligitur, eum huic redde: itaque habuit ab initio 5. Iam dicit priori, ſi mihi vnum dederis, habebo duplum tui reſidui: adde igitur 1 ad 5, fiunt 6, reſtant autem priori tantùm 2. Vides ergo 6 non eſſe duplum 2, imo triplum: falſa igitur fuit hypotheſis. Et quoniam duplum 2, eſt tantum 4, inueni autem 6, dico differentiam eſſe 2 cum ſigno plus: quoniam tanto exceſsimus rei veritatem. Fingamus igitur primum habuiſſe 6, accipit 1 ab altero, itaque fient 7, tantum relinquetur alteri: verùm quoniam 1 dediſſe intelligitur, habuit ab initio 8. Iam hic petit à priori 1, ita haberet 9, relinquerentur autem priori tantum 5. Rurſus 9 non eſt duplum de 5, vti voluit quæſtio, ſed abeſt vnitate, cùm duplum de 5, ſit 10: ſcribo igitur poſitionem alteram, 6 ſcilicet cum ſua differentia 1 cum ſigno minus.

Iam per poſteriorem regulam duco 3 in 1, fiunt 3. Item 6 in 2, fiunt 12: ſumma horum valet 15: Hypo

Hypo- Diffe-
theses. rentiæ.

3	2
6	1

summa autem differentiarum valet 3. Diuido igitur 15 per 3, exurgunt 5: 1 tantum habuit prior: adde huic 1, fiunt 6, quæ relinquuntur alteri post donationem vnius: ergo prius habuit 7: quibus si prior 1 adiecerit, seruabit ille tantùm 4, alter habebit 8 duplum residui prioris, vti voluit quæstio. Hanc quæstionem alij de mulo asinoq; proponunt gestantibus vini mensuras aliquot.

Aspiciens quidam alterius loculos, inquit, videris mihi istic habere 100 aureos. Respondet alter, non sunt 100: verùm si dimidio plus & quarta parte & tertia parte augerentur, & insuper 1, tum demum 100 forent. Finge igitur fuisse 12, adde dimidium, scilicet 6, & tertiam partem 4, & quartam partem 3, & insuper 1, fient 26 tantùm, quæ distant à 100 per 74. Scribe igitur 12 cum differentia 74, & signo minus. Rursus pone esse 24 aureos, quibus adde dimidium 12, tertiam partem 8, & quartam partem 6, & 1, fient 51, quæ distant à 100 per 49.

Hypo. Diffe.

12	74
24	49

Nota igitur 24 cum differentia 49, & signo minus: tum multiplica 24 in 74, exeunt

1776. *Item* 12 *in* 49, *exurgunt* 588: & *quoniam ſigna ſunt ſimilia aufer* &c. *ex* 1776, *reſtant* 1188: *ſimiliter aufer* 49 *ex* 74, *reſtant* 25, *diuiſor operationis. Diuide ergo* 1188 *per* 25, *exurgunt* 47 $\frac{13}{25}$, *tot habuit aureos: quorum dimidium* 23 $\frac{19}{29}$, *tertia pars* 15 $\frac{21}{25}$, *quarta pars* 11 $\frac{22}{25}$, *quæ omnia ſimul efficiunt* 99.: *quibus ſi vnum adieceris*, 100 *excreſcunt*.

Hîc obiter notandum, ponendos eſſe numeros qui apti ſint ad quæſtionem: vt quoniam dimidium, $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$ *eiuſdem numeri debebam adijcere, ponendus numerus diuiſibilis in* 2, 3, & 4: *ſicq; difficultates maximas & labyrinthos quaſi fractionum ſiue minutiarum effugeris.*

Quidam habet argentea duo pocula, cum vno cooperculo quod valet 16 *aureos: id ſi priori poculo addas, valebit quadruplum alterius, ſin alteri adijcias, valebit hoc triplum prioris: quantum igitur ſingula valent pocula? Demus primum valuiſſe* 4: *his adijcio* 16, *exurgunt* 20, *quæ ſunt quadruplum alterius, ergo alterum valuit* 5. *his rurſus adijcio* 16, *exurgunt* 21, *quæ debebant eſſe triplum prioris, ſcilicet* 12: *ſuperat igitur rem ipſam* 9. *Rurſus ſi ponam primum poculum* 8, *erit alterum* 6, *quibus adiectis* 16, *exurgunt* 22, *quæ abſunt à triplo prioris, ſcilicet* 24 *per* 2.

Multi

	Hypo.		Diffe.
Multiplica igitur 4, in 2,	4	X	9
exeunt 8. Item 8 in 9, fiunt 72:			
quæ adde (quoniam signa dis-	8		2

similia sunt) erunt 80. Itidem adde differentias, quæ constituunt 11. Diuide iam 80 per 11, fient 7 $\frac{3}{11}$: tantum valuit prius poculum: quibus adde 16, erunt 23$\frac{3}{11}$, cuius $\frac{1}{4}$ valet 5$\frac{9}{11}$: tantum valebat alterum poculum.

Cisterna quædam tres fistulas in imo fundo obtinet, sed meatus sunt inæquales. Maiori enim aperto effluit omnis humor 1 hora: mediocri aperto effluit in 2 horis: minimo verò seorsum aperto, humor in 3 horis effluit: quæstio est, si omnia 3 aperiantur foramina, quanto temporis spacio humor omnis poßit effluere? Finge in vna hora, hoc est 60 minutis, & tribue Cisternæ aliquam certam mensuram pro libito, sitque 12 amphorarum. Iam vides in vna hora propter maius foramen, omnem effluxurum liquorem, hoc est 12 amphoras: ratione minoris 6, dimidium scilicet: ratione minimi 4, tertiam scilicet partem, quæ omnia efficiunt 22, cùm tamen vas positum est tantùm 12 continere amphoras, ergo supersunt 10. Rursus pone dimidiam horam, hoc est 30 minuta: ergo effluxerit ratione maximi foraminis 6, ratio-

ne mediocris 3 ratione minimi 2, quæ omnia efficiunt 11, debebant effluere 12, deest igitur 1. Operare secundum regulam, inuenies 32 minuta temporis, & $\frac{8}{11}$ minuti vnius.

Poterat hæc quæstio quoque absolui per regulam consortij. Quia enim partes aquæ eodem tempore effluentis se habent vt 1, $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ quære numerum sic diuisibilem, vt 6, vnde pro primo meatu pone 6, pro secundo 3, pro minimo 2, quæ addita faciunt 11. Statue deinde cisternæ 12 amphoras. Et per regulam consortij dic, 11 diuident 12, quid accipiet 6? proueniet 6$\frac{6}{11}$. quia verò maximus meatus absumit in hora 12 amphoras, quanto tempore absumet 6$\frac{6}{11}$? inuenies ex regula proportionum 32 minuta temporis & $\frac{8}{11}$ vnius minuti.

	Hypo.		Diffe.
	60	X	10
	30		5

Simile est, Potator quidam solus exhaurit cadum vini in 20 diebus: verùm si vxor eum iuuerit seruata proportione bibendi, 14 diebus vini tantundem obsumunt: quanto ergo tempore sola vxor totum vas exhauriet? Rursus tribue vino aliquam mensuram, scilicet 12, aut quemuis alium numerum, nempe 20 mensuras: ergo maritus 14 diebus 14 mensuras bibit, vxor reliquum, 6 scilicet. Dic igitur per regulam Proportionum, 6 mensuræ

furæ bibuntur ab vxore 14 diebus, quanto tempore 20 ? facit 46 $\frac{2}{3}$ dies. Itaque regula fal si non habes opus, cum tamen & per eandem fieri poßit.

Finge enim vxorem exhaurire totum vas 21 diebus, dic ergo 14 diebus exhauriet 6 amphoras, quantum 21 ? colliges 9, ac sic desunt 11 mensuræ. Secundo pone eandem in 28 diebus idem vas consumere potitando, & quia in 14 diebus 6 absumit, sequitur quod in 28 diebus 12 amphoras absumet, ac sic desunt 8. Igitur per priorem regulam duc 8 in 21, fiunt 168. Item 11 in 28, consurgunt 308. Hinc aufer 168, restant 140, quæ diuide per errorum differentiam, nempe 3, prodibunt 46 $\frac{2}{3}$ diebus, quemadmodum antè inueneras.

Narrat Vitruuius, lib. 9.cap.3, cum Hiero rex statuisset dijs suis votiuam offerre coronam ex puro auro, mandasse id negocij fabro, qui (vt sæpe solent) sublata auri portione, argenti tantundem commiscuit. Quod quidem furtum citra coronæ iam confectæ læsionem deprehendit Archimedes Syracusanus hunc in modum. Confecit massam ex auro puro eiusdem ponderis cum corona iam facta: Deinde aliam ex argento puro massam eiusdem planè ponderis: dein tria hæc sigillatim in labrum aqua ad summum refertum immisit:

effluu

effluentem aquam ſubiecto altero vaſe diligentiſsimè excepit, atque hinc auri argentíque portionem deprehendit. Verùm praxim Vitruuius non adiungit: idcirco nos doctrinæ gratia fingamus pondus Coronæ, duarúmque ſigillatim maſſarum fuiſſe 5 lib. Effluxiſſe præterea dum aurea maſſa demitteretur in labrum, 3 lib. aquæ, dum Corona immergeretur $3\frac{1}{4}$ lib. aquæ, dum argentea maſſa demitteretur $4\frac{1}{2}$ lib. Quæſtio igitur eſt, quanta ſit auri, & quanta argenti coronæ portio? Operare per regulam hoc pacto: Finge auri 3 libras: ergo relinquentur argenti 2 lib. Iam dic per regulam Proportionum, 5 lib. auri, dant 3 lib. aquæ, quantum tres lib. auri? facit $1\frac{4}{5}$ lib. aquæ. Item 5 argenti lib. dant $4\frac{1}{2}$ lib. aquæ, quantum 2 libræ argenti? facit $1\frac{4}{5}$ aquæ. Adde igitur aquam argenti & auri ſimul, ſcilicet $1\frac{4}{5}$ cum $1\frac{4}{5}$, exurgunt $3\frac{3}{5}$ lib. aquæ: debebant autem eſſe $3\frac{1}{4}$ lib. exceſsimus igitur ſcopum per $\frac{7}{10}$, quas nota cum prima hypotheſi, ſcilicet 3, & ſigno exceſſus. Secundo finge auri extitiſſe lib. 2: igitur argenti erant 3 lib. Deinde rurſus dic, 5 lib. auri dant 3 lib. aquæ, quantum 2 lib. auri? facit $1\frac{1}{5}$ lib. Item 5 lib. argenti dant $4\frac{1}{2}$ lib. aquæ, quantum 3 lib. argenti? facit $2\frac{7}{10}$. Adde $1\frac{1}{5}$ cum $2\frac{7}{10}$, exurgunt $3\frac{9}{10}$ lib. aquæ. Debebant eſſe $3\frac{1}{4}$: nam tantum aquæ

effluxit

effluxit dum corona immergeretur. Exceßimus ergo rem ipsam per $\frac{13}{20}$. Operare igitur per regulam. Multiplica $\frac{13}{20}$ per 3, exurgunt $\frac{39}{20}$. Item $\frac{7}{20}$ per 2, exurgunt $\frac{14}{20}$ quæ subtracta ex $\frac{39}{20}$ relinquunt $\frac{25}{20}$ siue $\frac{5}{4}$. Item aufer $\frac{7}{20}$ ex $\frac{13}{20}$, restant $\frac{6}{20}$ siue $\frac{3}{10}$. Diuide igitur $\frac{5}{4}$ per $\frac{3}{10}$, proueniunt $\frac{50}{12}$ siue $\frac{25}{6}$, hoc est $4\frac{1}{6}$ libræ auri: erant ergo tantùm $\frac{5}{6}$ libræ argenti. Quod vt examines, dic, 5 libræ auri dant 5 libras aquæ, quantum $4\frac{1}{6}$ auri? facit $2\frac{1}{2}$ lib. aquæ. Rursus dic, 5 lib. argenti dant $4\frac{1}{2}$ lib. aquæ. quantum $\frac{5}{6}$ argenti? facit $\frac{3}{4}$ lib. aquæ, quas adde cum $2\frac{1}{2}$ lib. exurgunt $3\frac{1}{4}$ lib. aquæ, quantum scilicet dum corona immergeretur effluxit.

Hypo.	Diffe.
3	$\frac{7}{20}$
2	$\frac{13}{20}$

Hic obiter notandum non opus fuisse Archimedi, neque cuiquam alteri, qui velit huius rei periculum facere, conficere vel auri vel argenti massas eiusdem ponderis cum corona, vel quauis alia re examinanda, sed suffecerit quæuis pars notabilis ponderis auri vel argenti.

Hæc atque infinita alia exempla licet per regulam Falsi perficere, quæ omnia recensere infiniti esset laboris, ac intolerabilis nauseæ. Habet enim sub se omnes quæstiones antedictas, ac multo plures à nobis omissas: quales sunt omnes ferè

quæ

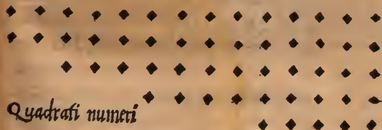
quæ per primam regulam Cossæ siue Algebræ absoluuntur. Tum plures earum quæ per secundam, tertiam ac quartam eiusdem dissoluuntur, quamuis meminerim Christophorum quendam Rodolphum Ianuerum dixisse, impossibile fore, vt aliquod exemplorum quæ secunda, tertia, & quarta docet regula, possit per hanc absolui. Quod vti ille verè dixit, ita nos ostendemus, paulùm immutata nostra regula aliter se habere, multáque per hanc possibilia esse, quæ ille impossibilia existimauit. Quod dico, non quòd illius industriæ ac diligentiæ quicquam detraham, neque quod hanc regulam cum illa (quam Cossæ dicunt) conferendam putem, sed vt excellentiam huius regulæ ostendam, nostrúmque in inuentione non penitus nihil valuisse ingeniolum, dum ea adijcimus, quæ ab altero nunquam dicta fuerunt, quæ tamen omnia à perfectione regulæ Cossæ antiquissimæ, quàm longissimè absunt, cùm certitudine, tum etiam facilitate. At quandoquidem in his exemplis, quæ per secundam, tertiam, & quartam Cossæ siue Algebræ edocentur, radicum quadratarum & cubicarum necessaria est cognitio: ad harum inuentionem primùm conuertere stylum ex vsu mihi esse videtur, ac eousque regulæ falsi appendicem nostrum suspendere, quo necessaria huic rei,

rei,

rei, multíſque alijs Geometricis, ac Aſtrologicis quæſtionibus explicata fuerint præcepta.

SEQVITVR DE RADICVM Extractione, Primúmque de Quadratis.

QVadratum Geometræ appellant figuram planam, cuius 4 latera æqualia ſunt inter ſe, omnéſque anguli æquales recti, vnum verò latus coſtam appellant. Talis figura producitur, ſi linea quæcunque ducatur in latus, eouſque quò pertingit eiuſdem lineæ longitudo.



Simili ratione in Arithmetica dicimus, Quadratum numerum, qui ita per vnitates collocari poteſt in quadrati figuram, vt omnia latera ad inuicem æqualia euadant, quales hîc annotati cernuntur: latus verò vnum vocamus radicem quadratam. Ac talis numerus quadratus exurgit,

ſi

ſi numerum quemuis ducas, hoc eſt multiplices, in latitudinem longitudini æqualem, hoc eſt, per ſeipſum: veluti quinquies 5, efficiunt 25. Dicimus igitur 25 numerum eſſe quadratum, cuius 5 ſit radix. Inuenire igitur radicem quadratam alicuius numeri, eſt numerum indagare, qui in ſe multiplicatus, conſtituat numerum propoſitum. Hîc ergo primùm oportet ſcire nouem radices ſimplices, earúmque quadrata, quorum cognitio dari debet ac poni, non inquiri. Habent autem ſe hoc modo.

Radices.	*Quadrata.*
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

His cognitis, aliorum numerorum maiorum radices hoc modo inueſtigentur: ac ſubijciatur, exempli gratia, numerus cuius radicem inquirere ſtatuimus, 119025. Incipiens igitur à dextris, nota primam figuram puncto, deinde tertiam ſimiliter, hinc quintam, ac ſic deinceps pergito notare alternas figuras vna intermiſſa, vt in noſtro exemplo, 119025, hæ notæ præter vſum quem habet in opere, mox oſtendunt quot notis ſcribi oporteat radicem numeri propoſiti. Et quoniam radicum

extractio

extractio parum à d u iſione diſcrepet, incipe à ſiniſtris, & numeri vltimi ſiue vna figura ſit, ſiue duæ, qui eſt ab vltimo puncto, deinceps quære radicem: aut ſi non habet, accipe proximo minorem. Vt in noſtro propoſito numerus ab vltimo puncto, deinceps verſus ſiniſtram eſt 11, qui in tabula quadratorum non inuenitur: non eſt igitur quadratus, ſed proximò minus quadratum eſt 9, huius radix eſt 3. Hanc radicem ſepone ad dextram ſecretam ſemicirculari linea, quemadmodum in diuiſione fieri ſolet: & ſimul quadratum illud minus, 9 ſcilicet, aufer ex numero à puncto vltimo deinceps poſito, ſcilicet ex 11, reſtant 2, quæ ſupra ſcribe numero propoſito, vt in diuiſione.

At quod modò diximus	2	
in omni radicum extractio-	~~1~~ ~~1~~ 9025	
ne primum eſto, nec amplius	· · ·	(3
repetitor, ſed quod deinceps	6	

dicitur, repetendum toties quot fuerint puncta reliqua. Dupla ſcilicet quicquid eſt per ſemicircularem lineam ſeiunctum, duplum ponas medio loco inter punctum proximum verſus dextram, ſi vnica fuerit figura: ſin duæ aut plures, collocabis reliquas ordine deinceps verſus ſiniſtram. Vt dupla 3, exurgunt 6, quæ colloca ſub 9. Deinde tanquam

quam hoc duplum sit diuisor, vide quoties sit in sibi suprascripto numero: quotientem hunc ascribe post lunarem lineam ad dextram, vt in diuisione: ac eundem asscribe etiam diuisori ad dextram sub puncto semper. Deinde multiplica hunc quotientem iamiam inuentum in diuisorem cum figura adiuncta. Productum aufer ex superiori suprascripto, residuum supra alias collocando, vt in diuisione. Vt quoniam 6 continentur in superiori, scilicet 29 quater, noto 4 post 3, & similiter post 6 sub puncto. Deinde multiplico 4 in 64, exurgunt 256: quæ subduco ex superioribus, scilicet 290, restant 34, quæ supra alium numerum colloco. Atque hæc adeò res est quam tantopere abhorrent iuuenum animi, ob aliorum hac in re traditionem obscuram, & labyrinthi in modum intricatam. nam quicquid reliquum est, non discrepat vel syllaba à canone iam dicto. Qui[illegible]s repetendus quot fuerint puncta reliqua, sub quibus facta non est subtractio aliqua. Vt quoniam in nostro exemplo vnus adhuc restat punctus, duplabimus iterum quicquid est in lunari linea, scilicet 34, exurgunt 68, quod duplum scribemus inter punctum

```
  z 3 4
 1 1 9 0 2 5
  .   .   .
     6|4    (3 4
    2 5 6
```

proxim

proximum, ponendo scilicet primam 8, sub 2, alteram 6, deinceps sub ~~0~~. Iam inquiro quoties 68 in 342, vel 6 in 34 suprascripto scilicet numero, in modum diuisionis: & quoniam quinquies continetur 6 in 34, noto quinque post lunarem lineam versus dextram, & similiter post duplum sub puncto. Iam multiplico 5 in 685, exeunt 3425, quæ subducta ex superioribus nihil relinquunt. quod indicium est, numerum propositum fuisse verè quadratum. Alioqui si quicquam in vltima subductione superfuerit, tantum numerus propositus à quadrato disceßit.

Hîc notandum si ex multiplicatione digiti in quotiente scripti in duplum cum addita figura, plus excreuerit,

	3 4
	~~1~~ ~~1~~ ~~9~~ ~~0~~ 2 5
	• • •
6 8 | 5	(345
3 4 2 5	

quàm vt à superiori subduci poßit, tum delendus est ille digitus, & in quotiente & sub puncto, & scribendus alius vnitatẽ minor, idq; eousque faciendum, quo numerus ex multiplicatione excrescens poßit ex superiori auferri. Exempli gratia, Quærenda radix de 784, primus digitus erit 2, tanquam radix de 7 proxima: eius quadratum 4, ex 7 ablatum, relinquit 3: dein-

de dupla 2, fiunt 4, quæ posita medio loco intra puncta, diuisoris loco habentur: Quære igitur, quoties 4 in 38: & quoniam 9 reperies, scribe 9 duobus locis dictis, deinde multiplica, exurgunt 441.

Et quoniam excedunt superiorem, deletis 9 vtroque loco repone 8, ac deinde multiplica, ac subtrahe vt decet.

3
7 8 4
. . (29
4|9
4 4 1

3
7 8 4 (28
4|8
3 8 4

Secundo notandum, si quando diuisor in superiori non habetur, scribenda o in quotiente, vti etiam in diuisione dictum est. At tum rursus incipiendum est à Canone extractionis radicum, duplando scilicet totum quotientem, &c. verùm duplum illud ponendum est intra proxima alia puncta; vel si aliud non sequatur punctum, absoluta erit operatio.

Exempla.

3 6 6 0 2 5
. . .
2 2 *Radix.* (605
1 2 0|5
6 0 2 5

Aliud

Aliud.

x 6 3 2

. .

8 *Radix.* 4 0, *restant* 3 2.

Vt autem firmius hæreat hic canon, vide qua ratione constructus sit. Sicut enim ex radicibus quadrati numeri per multiplicationem exurgunt, sic etiam ex quadratis rursum radices colliguntur. Hoc vt facilius intelligas, partire numerum multiplicandum in tot partes quot scribitur figuris, & sic multiplicationem perfice. Vt volo 2 3 *in se ducere, primò ducuntur* 3 *in* 3, *deinde* 3 *in* 2, *deinde* 2 *in* 3, *& postremò* 2 *in* 2. *Dissoluto autem numero ducuntur* 3 *in* 2 0, *&* 3 *in* 3. *Item* 2 0 *in* 3 *&* 2 0 *in* 2 0. *Vnde colligimus in omni multiplicatione quadrata, quamlibet partem numeri sic distincti semel in seipsam duci, & bis in quamcunque aliam, quod vt quarta secundi Euclidis docet, sic experientia videre licet. Facilè igitur econtrario eruemus quadrata singularium partium, quæ semper in multiplicationum collectione impares sedes obtinent. Deinde quoniam quilibet digitus bis in quoscunque alios ducitur, ideo iam inuentum digitum duplamus, inquirimusq; quis sit digitus qui in hoc duplum ductus, ac de-*

inde proximo loco in ſe ductus numerum ſibi ſuprapoſitum deleat, ſicq́; pergimus donec tot habeamus digitos radicis, quot ſunt loca imparia in quadratis.

Summa igitur huius doctrinæ eſt. Primo inuenienda radix numeri, qui ab vltimo puncto verſus ſiniſtram eſt, &c. idq́; tantùm ſemel. Secundo duplandum quicquid in quotiente eſt, idq́; ponendum intra puncta. Tertio diuidendum per duplum, quærendo quoties in ſuprapoſito habeatur. Quarto multiplicandus digitus inuentus in duplum, cum eodem digito adiuncto. Tandem ſubducendum, & reſiduum ſuperiori loco notandum. Ex reſiduo verò ſi quod fuerit, minutias quodammodo colliges hoc pacto: Dupla
18 *radicem inuentam, dein vnitatem adijce, huic numero tanquam denominatori ſupraſcribito reſiduum.*

Alio modo ſi velis partes quaſcunque colligere, nomen illarum partium duc in ſeipſum: quod deinde prodit, duc in numerum cuius radix quærenda eſt. Summæ huius inquire radicem, radix erit numerator partium. Exempli cauſa, inquirere cupio radicem de 200: igitur quoniam quadratus numerus non eſt, volo inuenire in minutijs ſiue partibus eius radicem, hoc eſt,

quot

quod centesimas vel alias partes habeat radix vltra integra. Nunc ergo doctrinæ gratia centesimas libet inuenire: multiplica igitur 100 *in se, hoc est, in* 100, *exurgunt* 10000, *quæ deinde duco in* 200, *exeunt* 2000000, *huius radix* 1414 *centesimæ, quæ sic scribi possunt* $\frac{414}{100}$. *quoniam ergo superior maior est inferiori, per regulas reductionum diuide superiorem per inferiorem, exurgunt* 14 *&* $\frac{414}{100}$, *hoc est* $\frac{7}{50}$. *habes igitur radicem de* 200 *esse* 14 $\frac{7}{50}$ *idq; satis exactè. nam ne centesima quidem pars integri deest. Neque te fatiges nimis inquirendo radicem, quia si prima inquisitione non inueneris, nunquam radix dari poterit legitimè operando. Nam plurimi numeri veris radicibus carent, atque hos surdos vocant.*

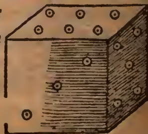
Examen.

Multiplica radicem iam inuentam in seipsam: producto adijce residuum, si quod fuerit: si tum prior summa de qua radicem inquisiuisti redierit, bene es operatus, alioqui erratum fuisse alicubi ne dubites.

De Radice cubica.

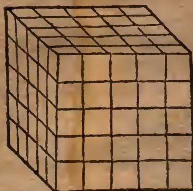
Quemadmodum radix quadrata, dicitur numerus, qui in se ductus numerum constituit quadratum, idq; à similitudine quadratorum in Geometria, vt diximus: ita radix cubica à

cubo Geometrico nomen ſortita eſt. Vt enim Cubus conſtat primum ex ductu lateris vnius in alterum (ſic enim ſuperficies conſtituitur) deinde ex ductu eiuſdem ſuperficiei iam procreatæ in eandem lineam lateris, qualia ſunt corpora ea quæ teſſeræ nomen habent: Ita numerus Cubicus dicitur, qui conſtat ex ductu numeri alicuius in ſeipſum, deinde ex eiuſdem numeri ductu in productum. Ac talis primus numerus vocatur Radix cubica.



Cubus teſſera.

Figura Cubici numeri.



Cubus 125. Radix 5.

vt duc 6 in se, hoc est in 6, exurgunt 36: quæ iterum multiplica per 6, exurgunt 216. Dicimus igitur 216 Cubum esse, 6 eius radicem cubicam.

Talem igitur radicem inquirere hoc loco docemus. Quemadmodum autem in quadratis nosse oportet nouem prima quadrata, eorúmque radices, ita hîc præscire nouem cubicos primos numeros, eorúmque radices oportet, qui sic habent,

Radices.	Quadrati.	Cubici.
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Vt verò facilior sit radicum cubicarum extrahendarum ratio, aspice paucis cubicorum numerorum ex suis radicibus generationem. Contraria enim ratio erit eruendæ radicis. Si igitur numerus quispiam in se cubicè, hoc est, semel in seipsum, deinde rursum in suum productum ducatur, numerus sic generatus, cubus vocatur. Idem ille cubus producetur, si quispiam radicem

ſuam in quotuis partes fregerit, & quamlibet per ſe cubicè multiplicauerit partem, deinde cuiuſque partes triplum in quadratum reliquarum partium viciſsim multiplicauerit. Hoc pulchrè Cardanus in duabus partibus demonſtrauit. Verùm in Arithmeticis ſufficiunt oculares demonſtrationes pro diſcentibus. Ideo ſubijciamus hunc numerum in ſe multiplicandum cubicè 345, *frangam illum in ſuas partes, nempe* 300, 40, 5. *Multiplico quamlibet partem in ſe cubicè, fiunt* 27000000, 64000, & 125. *Deinde quadratum de* 300, *ſcilicet* 90000, *multiplico per triplum de* 40, *hoc eſt* 120, *fiunt* 10800000. *Item quadratum viciſsim de* 40, *hoc eſt* 1600, *duco in triplum* 300, *ſcilicet in* 900, *fiunt* 1440000. *Deinde accipio has duas partes pro vna, quæ erit* 340, *huius quadratum* 115600, *duco in triplum reliqui numeri, hoc eſt in* 15, *fiunt* 1734000. *Viciſsim autem quadratum huius nempe* 25, *duco in triplum illius, hoc eſt, in* 1020 *producuntur* 25500. *Iam tandem tres cubicos numeros cum quatuor alijs productis colligo in vnam ſummam, ac colligo* 41063625. *Hanc eandem ſummam colligo ſi* 345 *in ſe ducam, & rurſum in ſuum productum. Ita contraria via cubi fiunt, ac radices extrahuntur. Vides enim quo*

modo

modo in cubi productione tot ſunt cubi particulares, quot erant in radice figuræ, & quilibet cubus ſuum locum obtinet ab altero duobus diſtantem locis. Deinde cuiuslibet numeri à ſiniſtris incipiendo quadratum, ter in præcedentem multiplicatur: & viciſſim, quadratum præcedentis ter in ſequentes coniunctim ducitur, vnde non mirum eſt in extractionibus radicum oppoſita procedi via. Poterat hoc quod diximus Geometricis demonſtrationibus corroborari, ſed vt diximus in Arithmeticis ſufficiunt inductiones ab experientia factæ, quoniam numeri ſenſibus ſubiecti ſunt.

Inquiſiturus ergo radicem Cubicam numeri cuiuſpiam maioris quàm 1 0 0 0, *(minorum enim ars non exiſtit niſi per fractiones, vt docebimus, aut ex hac tabella) primam figuram ſigna puncto, deinde intermiſſis duabus figuris, quartam, ac ita deinceps ad finem, à dextris læuam verſus accedendo, omiſſis duabus figuris, ſequentem puncto ſigna, vt hic vides* 41063625. *Atque hic rurſus vt in quadratis, quot fuerint puncta, tot erunt figuræ radicem cubicam numeri propoſiti explicantes propter cauſas dictas. Vide etiam quæ ſit radix cubica numeri qui eſt ab vltimo*

timo

timo puncto deinceps ad ſiniſtram, ſiue is vna figura fuerit, ſiue binæ, ſiue etiam ternæ: ſi verò radix in promptu non fuerit, quære numerum hunc in tabella inter cubicos: quòd ſi non reperiatur, vide proximè minorem, eiúſque radicem nota ſeorſum vt in quadratis. Veluti in noſtro exemplo quære 41 inter cubicos. Verùm quia non habetur inter illos, accipio proximè minorem 27 ſcilicet, cuius radix cubica eſt 3, ea nota ſeorſum. Deinde cubicum hunc (veluti 27 in noſtro exemplo) ſubduc ex numero propoſito à puncto vltimo deinceps, ſcilicet 41, reſtant 14, ea ſupraſcribe, quemadmodum in diuiſione & in quadratis dictum eſt.

```
1 4
4 1 0 6 3 6 2 5
.     .     .
2 7       (3
```

Atque hoc in omni radicum inquiſitione primum eſt præceptum, nec deinceps repetitur. Verùm ſequens Canon toties repetendus eſt, quod fuerint puncta reliqua. Tripla ſcilicet quicquid in quotiente eſt. Triplum ponito ſub figuræ proxima puncto præcedenti verſus læuam, ſi plures fuerint figuræ, collocentur reliquæ ex ordine. Deinde rurſus multiplica eundem quotientem in triplum, vel quadratum quotientis tripla, idem enim efficies. Producto notato, vno loco deinceps

verſus

versus læuam semotius quàm triplum incœperis, & loco inferiori, vt sint iam duo numeri distincti, quorum prior triplum, alter diuisor à nobis iam vocabitur.

Per hunc diuisorem qui est triplum quadrati quotientis, diuides numerum sibi suprascriptum, ad-	1 4 ~~1~~ ~~1~~ 0 6 3 6 2 5 · · · 9 *Triplum* 27 *Diuisor* (3

lecta tamen conditione sequenti. Diligenter considera quoties diuisor hic in numero suprapósito contineri poßit, hunc quotientem adscribe priori versus dextram, Deinde hunc digitum siue quotientem inuentum, duc in diuisorem, productum eidem diuisori subijce: mox eundem digitum seu quotientem duc in se, siue (vt vocant) quadra: quadratum deinceps in triplum, productum huic triplo subijce, & loco inferiori quàm prius productum. Tandem eundem digitum seu quotientem cubica, hoc est multiplicabis in se, rursúmque in productum: cubicum hunc sub puncto notato, & loco infimo. Tria igitur hæc producta in vnam summam collecta, eo tamen ordine quo ponuntur, si possunt à superioribus subduci, subduc, & residuum suprascribe. Sin minus, minuendus est digitus ille quotientis eousque, ac tentandum

per

per multiplicationem ac additionem, quò ſubduci poßit à ſuperiori, manente ſemper diuiſore & triplo. Vt in noſtro exemplo, tripla quotientem, ſcilicet 3, exurgunt 9: quæ ſcribe ſub 6, deinde multiplica eadem 3 in 9, exeunt 27: quæ collocantur vna figura deinceps verſus læuam, & loco inferiori. Diuide igitur 140 per 27, atque comperies quater contineri in 140. Scribe igitur 4 apud 3: iam multiplica 4 in 27, exeunt 108, quæ notanda ſunt ſub 27. Secundo multiplica 4 in ſe quadratè, hoc eſt ſemel, exeunt 16, hæc duc in triplum ſcilicet 9, exurgunt 144, collocanda ſub triplo. Tertio multiplica 4 in ſe cubicè, hoc eſt bis, exeunt 64, ſtatuenda ſub puncto: tandem collectis his tribus productis in vnam ſummam, prodeunt 12304: quæ aufer ex ſuperioribus, ſupraſcripto reſiduo

1 7 5 9.

```
 1
 x * 7 5 9
 * x 8 6 3 6 2 5
 .       .       .

       9
   2 7          Diuiſor.          (34
 ─────────────────────
 1 0 8
   1 4 4
       6 4               Cubus.
 ─────────────────────────
 1 2 3 0 4               Summa.
```

Hæc igitur ſumma eſt totius operationis: nam quicquid deinceps reſtat, ne puncto quidem differt à iam dicto canone. Ne tamen per ſocordiam videamur defuiſſe ſtudioſis, repetemus operationem canonis per exemplum propoſitum.

Tripla igitur totum quotientem, ſcilicet 34, *exeunt* 102, *quæ colloca ita vt prima ſit ſub figura quæ proximè ſequitur punctum præcedens, reliquæ ex ordine: deinde rurſus multiplica totum quotientem, nempe* 34, *in triplum ſcilicet* 102, *ſurgunt* 3468: *ea colloca ſub triplo, verùm vt vno loco poſt tripli initium ſumas exordium: hic igitur numerus diuiſoris vice fungitur. Vide iam quoties in ſuperiori contineatur: quoniam ergo* 3 *in* 17 *tantum quin-*

quies

quies habentur, adiunge 5 ad quotientem, deinde multiplica 5 in 3468 diuisorem: hinc crescunt 17340, collocanda sub diuisore. Secundo multiplica quadratum eiusdem digiti postremò in quotientem additi, quod est 25, in triplum: scilicet 102, nascuntur 2550 notanda sub triplo. Tertio, duc eadem 5 iam postremò in quotientem posita in se bis, hoc est cubicè, oriuntur 125, statuenda sub puncto. Tandem tria hæc procreata siue producta, in vnam summam collecta, eo ordine quo posita sunt, efficiunt 1759625, quæ ex superioribus extracta, nihil relinquunt. Quod indicium est, numerum propositum ab initio fuisse verè cubicum. Atque iam inuenisti radicem cubicam eius esse 345.

```
     1 7 5 9
 ~4 ~1 ~0 ~6 3 6 2 5
   .        .     .
          1 0 2
       3 4 6 8  (345
 ____________________
     1 7 3 4 0
         2 5 5 0
             1 2 5
 ____________________
     1 7 5 9 6 2 5
```

Hîc quoque idem notandum, quod in quadratis monuimus, dum per diuisionem nullus quotiens inueniri potest, scribendam esse in quotiente cyphram 0, ac tum rursus incipiendum à Canone: primo triplando,

triplum

triplum verò sub figura proxima à puncto præcedente ponendo, ac reliqua ex ordine. Vide exemplum sequens, 12955 4316: huius radix est 506, ac restant 100. Item huius radix 8061234 est 200, restant verò 6123 4. Atque ideo huiusmodi numeri non sunt cubici, neque eorum radix vnquam inueniri poterit, quin semper vel minimum desit vel supersit. In partibus siue fractis tamen exactè vsqueadeo inquiri potest radix eorum cubica, vt parum omnino & sensum fugiens desideretur, quod hoc pacto fit: Multiplica nominatorem fractionis in se cubicè: hoc productum duc in numerum cuius radix inuenienda proponitur: totius huius producti inquire radicem cubicam, ea ostendet quot tales particulas, quales scire voluisti, contineat radix. Exempli gratia, Volo inquirere quot centesimas habeat radix cubica de 623, ob id duco in se cubicè 100, fiunt 1000000, per hunc multiplico 623, exurgunt 623000000: huius radix cubica est 854, & restant 164136. Pronuntio igitur radicem cubicam de 623 esse $\frac{854}{100}$, hoc est 8 integra & $\frac{54}{100}$, quæ valent dimidium & $\frac{1}{25}$. Ita potes non solùm centesimas partes, verùm millesimas, & millesimarum millesimas inquirere: & non solùm in integris, verùm etiam in fractis siue minutijs.

DE PARTIBVS siue Minutiis.

SI partium radicem quadratam vel cubicam inuenire desideras, quære radicem numeratoris & radicem denominatoris, quæ duæ radicem explicabunt, vt radix quadrata de $\frac{16}{25}$, est $\frac{4}{5}$. Item radix cubica de $\frac{27}{64}$ sunt $\frac{3}{4}$. Cùm verò alter eorum radice caruerit, frustra inquiras in altero, vt $\frac{16}{27}$, quamuis radix quadrata de 16 detur: quoniam tamen 27 radicem quadratam non habent, dico fractionem radice carere. Contrà 27 quamuis radicem habeant cubicam, tamen fractionem carere dico radice cubica, quia 16 non habent radicem cubicam. Ita $\frac{16}{27}$ neque radicem cubicam, neque quadratam habent. Potest tamen in huiusmodi inquiri radix in minimis particulis, & ad sensum non fallens, per regulam anteà datam de surdis numeris in integris.

Aut si breuiori via lubet hoc negocium absoluere, præpone & numeratori & denominatori aliquot cyphras, vtrique tamen æquè multas. Deinde vtriusque quære radicem, eritq; radix numeratoris numerator, & radix denominatoris denominator, minutiarum radicem explicant

cant

cantium, vt libet scire radicem d drantis siue $\frac{3}{4}$, *præpono & numeratori & denominatori quatuor cyphras hoc pacto* $\frac{30000}{40000}$, *deinde quæro radicem ex* 30000, *quam colligo* 173. *Simili modo quæro radicem ex* 40000, *quæ valet* 200, *vnde concludo radicem ex* $\frac{3}{4}$ *esse* $\frac{173}{200}$.

Qualiter verò aliæ radices numerorum, quales sunt quadrata quadratæ, quadrata cubicæ, surſolida vt vocant, ac aliæ omnes in infinitum, inquirantur, dicemus, si Deus annuerit, cùm de regula Algebræ, siue Cossæ tractabimus seorsum. Iam breuibus aliquot quæstionibus vsum harum ostendemus, qui tamen in Geometria ac Astrologia in immensum patet.

Quæstio prima.

Turris quædam alta 200 *pedes, in ambitu habet fossam* 60 *pedum: iam ab vlteriori ripa ad cacumen turris fabricanda scala est: eius longitudinem sic inuenies: multiplica* 200 *in se quadratè, exurgunt* 40000: *similiter* 60 *in se, efficiunt* 3600, *quæ adde ad prius quadratum, nempe* 40000, *exurgunt* 43600. *huius radix quadrata scilicet* 208 $\frac{14}{17}$ *quasi ostendit longitudinem scalæ fabricandæ. Cuius ratio est, quoniam hîc*

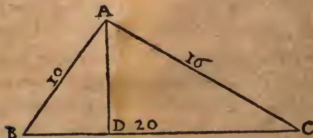
intelligitur trigonus rectangulus, cuius duo quadrata minorum laterum perpetuò tantundem faciunt, quantum maximi lateris quadratum, per penultimam primi Euclidis.

Quæstio secunda.

Ex eodem fundamento, si habeas scalam 100 *pedum, eámque remoueas* 20 *pedibus à turri, scies quantum protenditur in turrim. Multiplica enim* 100 *in se, fiunt* 10000 *: similiter* 20, *sunt* 400, *quæ aufer ex* 10000, *restant* 9600 *: cuius radix quadrata per modum iam traditum inuenta, indicabit quantum in turri protenditur scala; nempe paulò minus* 98 *pedibus.*

Quæstio tertia.

Proponitur ager trigonus non rectangulus, cuius tria latera sunt nota, 16, 10, 20, *Verùm capacitas siue quantitas agri triangularis non potest commodè sciri, nisi cognita linea perpendi-*



cularis, ex angulo maiori ad latus oppositum, qua-
lis

lis eſt A D, *quam ſi multiplicaueris in medietatem* B C, *exurgit vera area aut ſuperficies agri. Ergo vt lineam* B C, *per numeros inuenias, per decimam tertiam ſecundi Euclidis, multiplica vnumquodque latus in ſe, fiunt* 100, 256, *&* 400 : *deinde adde duo maiora quadrata, ſcilicet* 256, *cum* 400, *exurgunt* 656. *Hinc aufer minimum quadratum, ſcilicet* 100: *reſtant* 556 : *hæc media ſemper fiunt* 278, *ea diuide per maximum latus, ſcilicet* 20, *fiunt* 13 $\frac{9}{10}$ *linea d c, ſemper maior ſcilicet portio baſis: ergo reliqua* B D, 6 $\frac{1}{10}$. *Iam vt habeas lineā* A D, *duc in ſe* 6 $\frac{1}{10}$ *fiunt* 37 $\frac{21}{100}$: *Item duc in ſe* 10, *fiunt* 100: *aufer minus à maiori, reſtant* 62 $\frac{79}{100}$, *cuius radix quadrata longitudinem* A D, *perpendicularis oſtendit, videlicet circiter* 7 $\frac{9}{10}$ *&* $\frac{19}{79}$ *vnius decimæ : quæ ſi multiplices per dimidium baſis, nempe* 10, *exurgunt* 79. *tantum continet area trigoni ac amplius paulò plus* $\frac{1}{4}$.

Alia via.

Idem aliter efficies ſine cognitione perpendicularis, hac via: Adde omnia latera, exeunt 46: *hæc media, fiunt* 23: *hinc aufer ſingula latera, reſtant* 13, 7, 3: *hæc tria reſidua duc in inuicem : primum* 13 *per* 7, *fiunt* 91: *hæc per* 3, *fiunt* 273. *Hoc productum rurſus multiplica per medietatem o-*

mnium laterum 23. producuntur 6279: huius radix quadrata 70, paulò plus $\frac{1}{4}$ quantitatem areæ ostendit. Si velis hanc quæstionem clarius intueri per numeros non surdos, tum statue latera, 15, 20, 25, sic inuenies aream 150.

Vas sphæricum quoddam continet 60 sextarios liquoris, eius diameter 14 palmos obtinet. Conficiendum est cubicum corpus eiusdem capacitatis cum sphærico, quæritur longitudo cubici corporis. Hoc vt efficias, inquiras capacitatẽ sphæræ ex diametro nota: exempli gratia, statuta est 14 palmorum, hos multiplica bis in se, hoc quod vocant cubicè, fiunt 2744: deinde per regulam Geometricam ex Archimedis inuentione repertam, duc 2744 in 11, exurgunt 30184, ea diuide per 21, inuenies 1437 $\frac{1}{3}$. Hanc enim volunt esse capacitatem sphæræ, secundum diametrum notam, hoc est, sphæram & cubum, si eiusdem altitudinis fuerint, esse in proportione 11 & 21. Igitur si radicem cubicam de 1437 $\frac{1}{3}$ inquiras, habebis latus cubici corporis quod æquale fiet sphærico, scilicet 11 palmos, & $\frac{7}{11}$ quasi.

AT quoniam harum quæstionum Geometricarum enodationes, Geometriæ non mediocrem requirant peritiam, impræsentiarum missas has facere statuimus, ac ad libellum de Geometriæ

triæ praxi seruare. Et iam finem facerem, nisi in memoriam veniret promissionis de regula falsi, qua ratione ea liceat vti in exemplis secundæ, tertiæ, & quartæ regulæ, quam vocant Cossæ, quod ante nos nemo tentauit. Verùm vt rem breuibus accipias, proponenda prius exempla sunt.

Est area quædam quadrangularis, continens in superficie 200 cubitos quadrangulos, eius longitudo est dimidio maior latitudine, quæritur & longitudo & latitudo. Per regulam ergo falsi, pone latitudinem 4 cubitorum, erit longitudo 6. duc in inuicem, exurgunt 24, debebant esse 200: absumus igitur à scopo 176. Rursus pone latitudinem 20, erit longitudo 30, duc hæc in inuicem, exurgunt 600, excedunt scopum 400. Huc vsque omnia regulæ falsi consonant. Sed iam multiplica hypotheses in se quadratè, 4 scilicet & 20, fiunt 16 & 400: hæc quadrata sint tibi hypotheses, ac deinceps cum differentijs 176 & 400 operare, vt in regula falsi docuimus: multiplica scilicet 16 per 400, fiunt 6400: similiter 400 in 176, fiunt 70400: hæc adde, exurgunt 76800: similiter adde differentias, fiunt 576. Diuide iam 76800 per 576: habes $133\frac{1}{3}$: huius quære radicem quadratam, ea latitudinem tibi ostendet, scilicet $11\frac{11}{20}$ pau-

lò plus, ergo longitudo 17 $\frac{3}{100}$ paulò plus. Hi duo numeri in inuicem ducti, 200 ferè constituunt, neque vnquam vera longitudo aut latitudo numeris exprimi potest.

REGVLA FALSI
vnius positionis.

HAec exempla & plura alia commodius faciliúsque fient per vnam positionem. Cùm enim operatus fueris cum hypothesi data ad finem vsque quæstionis secundum tenorem exempli, si non assecutus es scopum, tum diuide numerum propositum, qui tanquam regula proponitur per vltimum tuæ operationis numerum: producti quære radicem, si exemplum fuit secundæ regulæ Cos, aut cubicam si tertiæ, aut denique radicis radicem si quartæ fuit, per radicem multiplica primum numerum positum à te, prouenit numerus quæsitus. Quod prius propositum fuit repetamus. Sit ergo latitudo 10, erit longltudo 15, quæ duc in inuicem, prouenit 150, sed debebant esse 200. Diuide igitur 200 per 150, prouenit 1 $\frac{1}{3}$ cuius si radicem multiplices per 10, prouenit 11 $\frac{12}{23}$ quasi quæ parum à superiori differunt.

Est

Est autem hæc regula ex regula proportionum, siue de tribus numeris formata. Vnde quoque alio poteris operari modo. Dices enim, si 150 prodierunt ex 10 longitudine, vnde surgent 200? Verùm in hoc proposito necesse est hypothesim scilicet 10 in se ducere, vt fiat numerus superficialis, hoc est, ex duorum multiplicatione productus, quales sunt & reliqui numeri in regula positi. Est enim proportio inter quantitates eiusdem generis tantùm. Ergo duc 200 in 100, fiunt 20000, quæ diuide per 150, collige 133 $\frac{1}{3}$. huius quære radicem, sic colliges longitudinem 11 cubitorum & $\frac{12}{23}$ fermè. Eodem modo in alijs agito.

Tres sunt numeri in dupla proportione: si quadrata eorum coniungantur, efficiunt 189: finge primum 2, erit secundus 4, tertius 8, quadrata sunt 4, 16, 64, quæ simul reddunt 84, sed debebant esse 189. Diuide igitur 189 per 84, proueniunt $\frac{9}{4}$, cuius radix $\frac{3}{2}$, quæ duc in primum scilicet 2, proueniunt $\frac{6}{2}$, siue 3, qui erit primus numerus, secundus 6, tertius 12, quadrata 9, 36, 144, quæ simul faciunt 189, vt volebat quæstio.

Emi 60 vlnas panni pro aliquot aureis, qui quot numero sunt, tot vlnas habeo pro 15 aureis.

Volo ſcire aureorum ſummam. Pone 20. Iam dic, 20 aurei dant 60 vlnas, quot 15 aurei? facit 45 vlnas: at debebant eſſe 20 tantùm vlnæ, quod ſcilicet ſunt aurei. Diuide igitur 45, quia hic eſt tanquam ſcopus propoſitus per 20, hypotheſim ſcilicet, proueniunt $\frac{9}{4}$, *quorum radix valet* $\frac{3}{2}$, *quæ duc in 20, proueniunt 30. Aut pone precium panni 20 aur. Deinde dic, 60 vlnæ conſtant 20 aur. quanti 20? prodibunt per regulam* $\frac{10}{3}$. *Iam dic,* $\frac{10}{3}$ *prodeunt ex 20, ex quibus prodibunt 15? Duc hypotheſim in ſe, fiunt 400: hæc duc in 15, productum diuide per* $\frac{10}{3}$, *prodibunt 900, quorum radix eſt 30, qui eſt numerus quæſitus.*

Quadratum propoſitum eſt, quod 154 obtinet pedes volo ex Archimedis regula circulum illi æqualem deſcribere: quæro quanta debeat eſſe diameter: finge 7 pedum, igitur ſecundum Archimedis inuentum peripheria habet 22, aurea 38 $\frac{1}{2}$, *ſed debebant eſſe 154. igitur diuide 154 per 38* $\frac{1}{2}$, *proueniunt 4, horum radix valet 2, quæ duc in 7, proueniunt 14. tantus erit dimetiens.*

Mercatores aliquot inito conſortio, adferunt ſinguli decies tot aureos quot ſunt mercatores, lucrantur centenis ſingulis aureis bis tot aureos quot ſunt mercatores, lucri dimidium oſtendit quantum quiſque attulerit. Quæſtio eſt

de

de numero mercatorum, & aureorum. Demus igitur 5 fuisse mercatores, adferunt singuli 50 aureos: summa producit 250 aureos. Lucrantur per 100, 10 aureos, quantum per 250? facit 25. huius dimidium 12 $\frac{1}{2}$ debebat ostendere quantum quisque attulerat, scilicet 50. Diuide igitur 50 per 12 $\frac{1}{2}$, proueniunt 4, quorum radix quadrata 2 ducti in 5, facit 10 mercatores.

Consumpti sunt in symposio 75 denarij, soluit quisque conuiuarum terciam partem numeri illius qui conuiuas exprimit, quot erant conuiuæ? & cætera. Finge 12, ergo quiuis soluit 4 denarios, vtpote $\frac{1}{3}$ de 12, quæ duc in 12, exeunt 48, debebant autem persoluere 75. Diuide igitur 75 per 48, proueniunt $\frac{25}{16}$, cuius radix $\frac{5}{4}$. ea multiplica in 12. exurgunt 15 conuiuæ.

Mercatores quidam ignoto numero, inito consortio conferunt singuli decies tot aureos quot ipsi sunt numero mercatores, lucrantur singulis centenis, totidem aureos quot sunt homines ipsi numero. Iterum solo lucro negociantur, & lucrantur singulis centenis vt prius: compertum autem est sortem ipsam vigesies & quinquies tantum valere quantum lucri lucrum, quot erant negociatores? &c. Finge 10, ergo singuli contribuunt

buunt 100, *ſumma facit* 1000. *Lucrantur per* 100, *aureos, ergo per* 1000 *lucrantur* 100. *Hoc lucro rurſus negociantur, ac lucrantur* 10, *quæ debebant eſſe viceſima quinta pars ſortis, ſcilicet* 1000: *ſed viceſima quinta pars eſt* 40, *igitur diuide* 40 *per* 10, *fiunt* 4, *quorum radix quadrata* 2, *ducta in* 10, *facit* 20 *mercatores, adfert quiſque* 200 *aureos. ſumma* 4000, *lucrantur per* 100, 20: *ergo per* 4000, 800. *Hoc lucro rurſus negociantur, ac lucrantur* 160, *quæ multiplicata per* 25, *efficiunt ſortem præſcriptam* 4000.

EX TERTIA REGVLA
Cos, ſiue Algebræ.

IN tertia regula Algebræ vbi prius multiplicaſti quadratè, hîc multiplica cubicè, hoc eſt, bis in ſe. Simili ratione vti præcedenti regula radicem quadratam inquiſiuiſti, hîc cubica inquirenda eſt: cætera non mutantur, ſiue per vnam poſitionem, ſiue per duas operatus fueris.

Murus eſt extruendus quadratus, qui contineat 432 *lapides cubicæ figuræ. Volo autem vt longitudo latitudini ſit æqualis, ſed altitudo* $\frac{1}{4}$ *lon*

longitudinis, quæro quæ ſit longitudo, latitudo, & altitudo? Finge longitudinem 4, & latitudinem ſimiliter 4, erit altitudo 1. Multiplica igitur longitudinem per latitudinem, 4, per 4, exurgunt 16, ea duc in altitudinem 1 ſcilicet, manent 16, debebant autem eſſe 432. Igitur diuide 432 per 16, exurgunt 27, quorum radix cubica 3, ducta in 4, facit 12. tanta erit longitudo & latitudo, altitudo 3.

Murum conſtruere ſtatui, cuius longitudo latitudine ſiue craßitie ſit dimidio maior, & altitudo dimidia parte maior longitudine, continebit autem in ſumma 5832 lapides cubicos, hoc eſt, hexædros, ſiue ſex ſuperficierum æqualium, & laterum æqualium: quæritur longitudo, latitudo, & altitudo. Finge minorem nempe craßitiem 2, erit longitudo 3, altitudo 4 $\frac{1}{2}$: duc hos in inuicem, ſcilicet 2 in 3, fiunt 6. hæc per 4 $\frac{1}{2}$, exurgunt 27, debebant autem eſſe 5832. Hæc igitur diuide per 27, exurgunt 216: harum radix cubica 6, ducta in primam hypotheſim, ſcilicet 2, facit 12, ea erit craßitudo, longitudo 18.

Quidam incerta pecuniæ ſumma emit piperis tot lib. pro vno aureo, quanta eſt medietas aureorum omnium: Vendens deinde piper, accipit

pit pro 25 lib. tot aureos quot ab initio expendit, ac in fine 20 tantum aureos habuit. Quæritur & pecuniæ & piperis quantitas. Finge ipsum 50 habuisse aureos, ergo pro vno aureo emit 25 lib. piperis: si pro vno 25, quantum pro 50? facit 1250 libr. piperis. Vendit 25 lib. pro 50 aureis, ergo 1250 pro 2500, sed debebat habere tantum 20 aureos. Diuide igitur 20 per 2500, producuntur $\frac{20}{2500}$, siue $\frac{1}{250}$, aut tandem $\frac{1}{125}$. huius radix cubica valet $\frac{1}{5}$. hanc duc in 50, exurgunt 10 aurei, quos ab initio habebat mercator.

Vt autem poßis notare quænam exempla sint primæ regulæ Algebræ, quæ secundæ, & quæ tertiæ & cætera, hoc est, in quibus sit inquirenda radix quadrata, in quibus cubica, & sic de reliquis: nota diligentißimè operationis processum: nam si thesis seu positio non multiplicatur per alium numerum, tunc sub prima regula cadit exemplum, nec opus est radicis extractione. Si verò semel multiplicatur per alium ex progressu operationis inuentum, tum incidisti in secundam regulam Algebræ, ac opus erit radicis quadratæ inuentione. Quòd si positio in alium per operationem inuentum ducitur, & productum rursum vel pars eius in alium, tunc cubica

radice

radice opus est. Similiter iudicabis de reliquis regulis seu radicibus secundum multiplicationis repetitionem.

Ex quarta regula Cos.

ET hic idem modus operandi est qui in præcedentibus, tantùm mutato nomine cubi in quadrati quadratum, & radicis cubicæ in radicis radicem. Vocamus autem quadrati quadratum, numerum, qui ex ductu quadrati alicuius in se ipsum producitur, vt cùm 9 sint, quadratum de 3 erunt 81 quadrati quadratum, & ratione hac 3 radicis radix de 81. Radix enim de 81, valet 9, huius item radix 3.

Duo simul instituunt negociationem, sed prior quadruplo plus habet pecuniæ quàm alter: emit idem piperis tot lib. pro vno aureo, quot habet in summa aureos. Deinde rursus vendens piper, accipit pro 16 lib. piperis tot aureos, quot valet centesima pars librarum piperis. Altèr emit crocum, pro vno aureo tot lib. quot habet aureos. Vendens crocum, accipit pro vna lib. croci dimidio plus quàm prior accepit pro 16 libr.

piperis

piperis tandem nummos computantes, inueniunt 250. Quæritur vtriusque summa. Finge priorem habuisse 80, ergo posterior 20. Item emit prior pro vno aureo 80 lib. ergo pro 80 aureis 6400 lib. Vendens iam piper, accipit pro 16 lib. 64 aureos, vtpote centesimam de 6400. Iam dic 16 valent 64, quantum 6400? facit 25600. Alter emit crocum pro vno aureo 20 lib. ergo pro 20 aureis 400 lib. vendit vnam libram dimidio pluris quàm prior 16 libras piperis, scilicet pro 96. Iam dic, 1 lib. pro 96 aureis quanti 400? facit 38400. Hanc summam coniunge priori, scilicet 25600, facit 64000, sed debebant esse 250 tantum. Igitur diuide 250 per 64000, fiunt $\frac{25}{6400}$ quæ valent $\frac{1}{256}$: huius radicis radix est $\frac{1}{4}$. nam radix prior 256, est 16, cuius deinde radix valet 4, vnitatis autem radix semper est 1. Quòd autem in hac quæstione opus sit extractione radicis quadratæ ex quadrata, id in operationis progressu colligitur, vt monuimus ex multiplicationis repetitione. Vt cùm dicis, emit pro aur. 80 libras, ergo pro 80 aureis 6400 lib. hîc vnam multiplicationem perfecisti. At cùm dicis 16, valent 64, quantum 6400? facit 25600. Hîc triplicem facis multiplicationem, eo quòd duo numeri propositi in regula ambo sint semel multiplicati.

Nam

Nam 6400, excreuerant ex ductu 80, in 80. Item 64, erant centesima pars ex 6400, pars verò & totum eiusdem hic æstimantur naturæ: sicut quælibet pars lineæ linea est, & pars superficiei superficies. Hoc autem admonere volui, quia difficultatem habet non exiguam. Igitur multiplica 80, per $\frac{1}{4}$*, proueniunt 20 aurei pro priore, 5 pro altero: emit prior pro vno aureo 20 lib. ergo pro 20 aureis 400 lib. Accipio pro 16 lib. piperis 4, nempe centesimam partem de 400, igitur pro 400 libris, 100 aureos. Alter emit croci 5 lib. pro vno aureo, igitur pro 5 aureis, 25 lib. Vendit vnam lib. pro 6 aureis, hinc est quòd 25 pro 150, vendidisse constet. Iam 150 cum 100 aureis, efficiũt 250 aur. vti voluit quæstio.*

Hæc adijcere tempestiuum mihi videbatur, vt radicum vsum nonnihil declararem: quas alioqui nisi huiusmodi illecebris allecti fuerint, multi tanquam Cyclopum scopulos penitus fugiunt. Scio equidem, & fateor, nihil ista esse ad perfectionem illam regulæ illius diuinæ Algebræ: quum multa sint erotemata similia etiam secundæ vel primæ regulæ, quæ sine Algebræ perfecta cognitione absolui nequeunt: vt interim omittam omnia quintæ, sextæ, septimæ, ac reliquarum regularum exempla, quæ perpulchrè Chri-

H stophorus

stophorus Ianuer in ordinem digeßit, & Hieronymus Cardanus profundißimis adinuentionibus ampliauit. Sed hæc veluti præambula ac progymnasmata sint ad illa altiora, quæ aliquando, Deo fauente, in lucem dabimus, faciliori (vt speramus) ordine ac methodo, quàm hactenus tractata licuit videre.

DE PROPORTIONE,

Pars quarta.

PRoportionem *appellant Mathematici diuersarum quantitatum ad inuicem habitum, seu rationem, Euclides* λόγον *appellat, Ac primum in triplicem distinguitur: In Musicam videlicet, quæ concentuum seu tonorum ad inuicem symmetriam tractat: In Arithmeticam, quæ secundum qualitatem excessus proportionem metitur, veluti si dicat quis, 12 ad 8, eam habere rationē quam 16 ad 12, eo quòd vterq; excessus æqualis sit. Demum in Geometricam, quam in præsentiarum tractamus: Ea est duarum eiusdem generis quantitatum certa adinuicem habitudo. Diuiditur in duplicem proportionem, nempe æqualitatis & inæqualitatis. Proportio æqualitatis est, dum duæ quantitates æquales adinuicem, cōparantur,*

vt

vt 6 ad 6,100 ad 100. De hac nihil amplius dicendum est.Proportio inæqualitatis, quæ est dum duæ inæquales quantitates, eiusdem tamen generis,ad inuicem conferuntur:Diuiditurq; in proportionē maioris inæqualitatis & minoris: quæ sanè non alia ratione dissident,quàm quòd in illa maior ad minorem confertur,vt 6 ad 1.sextuplam habet proportionem:cōtrà 1 ad 6,proportionem subsextuplam habet, atq; hæc minoris inæqualitatis est.Verùm cùm hæ non differant nisi per dictionem,sub, quam minori semperaddunt, quicquid de vna dicitur,de altera intelligendū est pariter.

Proportio igitur maioris inæqualitatis & minoris,diuiditur in quinque species præcipuas,scilicet Multiplex, Superparticulare, Superpartiens, Multiplex superparticulare,& Multiplex superpartiens.

Multiplex est,cùm maior minorem aliquoties exactè continet,idque amplius quàm semel,veluti 10, ad 5,item 8 ad 2. Cùm igitur maior minorem bis continet exactè, tunc vocatur dupla proportio:si ter,tripla:si quater, quadrupla,ac sic de reliquis ex ordine.

Superparticularis proportio est, quum maior quantitas minorem cōtinet semel,ac vnam tantùm particulam minoris, veluti 3 ad 2,proportio-

nem habet ſeſquialteram: 4 ad 3, proportionem ſeſquitertiam: 11 ad 10, proportionem ſeſquidecimam: ita enim nomina imponuntur omnibus. Verùm hîc notandum eſt, huiuſmodi numeros ad minimam habitudinem reduci debere, quod facile fit diuiſa maiore quantitate per minorem, & fractione reſidua reducta ad minimos numeros, quibus ſcribi poſſint, per Canones in minutijs datos. Vt ſi proportionem quæ eſt inter 15 & 12 explicare placet, diuide 15 per 12, exurgunt 1 $\frac{1}{4}$, eſt igitur porportio ſeſquiquarta. Itẽ 16 ad 14 proportionem habet 1 $\frac{1}{7}$, hoc eſt ſeſquiſeptimam: ac ſimili via de alijs iudicandum. Initium enim nominis eſt ſemper dictio ſeſqui, deinde à denominatore fractionis ex diuiſione prouenientis perficitur.

Superpartiens eſt, cùm maior quantitas minorem ſemel complectitur, ac inſuper aliquot minoris particulas, vt 5 ad 3, proportionem habet ſuperbipartientem tertias, continet enim 5 ſemel 3, ac inſuper 2 tertias. Nomen igitur huius proportionis à ſuper, initium ſumit: medium eſt ex numeratore fractionis ex diuiſione prouenientis, clauditur vero à denominatore eiuſdem fractionis, Veluti ſi proportionem vis explicare quæ eſt inter 7 & 4, diuide 7 per 4, prodeunt $\frac{3}{7}$, vocatur

catur igitur proportio ſupertripartiens ſeptimas. Item 34 ad 20, proportio eſt ſuperſeptupartiens decimas, vel ſuperpartiens ſeptem decimas, quæ ſic ſcribitur 1 $\frac{7}{10}$. Simili via in aliȷs procedendum.

Multiplex ſuperparticularis proportio eſt, cùm maior minorem aliquoties continet, idq; amplius quàm ſemel, ac præterea vnam minoris particulam. Atque hîc vt proportio eſt ex duabus prioribus prius dictis cõpoſita, ita nominis quoque ratio ex illis habetur, diuidendo maiorem per minorem, vt ſi proportionem quæ eſt inter 15 & 7, explicare volueris, diuide 15 per 7. fiunt 2 $\frac{1}{7}$. Eſt igitur proportio dupla ſeſquiſeptima. Item 18 per 4, proportio eſt 4 $\frac{1}{2}$, hoc eſt quadrupla ſeſquialtera, atque hinc non difficile eſt in aliȷs ſimiliter nomen inuenire.

Multiplex ſuperpartiens eſt, cùm maior minorem amplius quàm ſemel complectitur, & præterea aliquot minoris particulas. Et hîc nomen ex duabus prioribus proportionibus ſumitur, vt proportio 11, ad 4, cognoſcitur, ſi diuidas 11 per 4, exeunt 2 $\frac{3}{4}$, hoc eſt, dupla ſupertripartiens quartas. Item 19 ad 5, rationem habet 3 $\frac{4}{5}$, hoc eſt, triplum ſuperquatripartientem quintas, ſiue ſuperpartientem tres quintas. Eadem ratio in aliȷs eſt.

DE PROPORTIONE FRActorum, siue minutiarum.

QVemadmodū integrorum proportiones dignoſcuntur diuidendo maiorem per minorem, eadem via partium ſeu minutiarum habitudines noſcuntur per diuiſionem eam quæ in fractis dicta eſt, veluti $\frac{2}{3}$ ad $\frac{5}{6}$, proportionem habet ſeſquiquartam, quia $\frac{5}{6}$ diuiſæ per $\frac{2}{3}$, efficiunt 1 $\frac{3}{12}$, ſiue 1 $\frac{1}{4}$. ſimiliter 3 ad $\frac{2}{3}$, rationem habet quadruplā ſeſquialteram, 3 enim diuiſa per $\frac{2}{3}$ efficiunt 4 $\frac{1}{2}$.

QVA RATIONE PROPORtio quæuis continuò extendatur.

DAtis duobus numeris ſub certa habitudine, ſi vis tertium illis adiungere, qui ſub eadem proportione ſe habeat ad ſecundum, qua ſecundus ad primum: tum duc ſecundum in ſeipſum, productum diuide per primum. Exempli cauſa, volo tertium numerum inuenire in ea proportione qua ſe habent 2 & 6. Duc in ſeipſum 6, fiunt 36, ea diuide per 2, fiunt 18, hic erit tertius numerus. Ita ſi libet deinceps quantumuis progredi, duc vltimum numerum in

ſeipſum

ſeipſum, productum partire per penultimum. Hæc autem regula pendet ex Regula aurea ſiue proportionum: perinde enim fit ac ſi dicas, 2 lucrantur 6, quantum lucrabuntur 6? Tales autem numeri vocantur proportionales, Græcè ἀνάλογοι.

DE MEDIO PROPORtionali.

MEdium proportionale vocatur quantitas media inter duas, quæ ita ſe habet ad minorem ſe, quemadmodum maior ad mediam. In numeris inuenitur, ſi ducas primam in vltimam, tum producti radix quadrata oſtendit medium proportionale. Vt ſi velim inquirere medium proportionale inter 3 & 12, duco 3 in 12, exurgunt 36, quorum radix eſt 6, medium proportionale inter 3 & 12.

Item inter 4 & 9 eadē 6. Inter $\frac{3}{4}$ & 3 integra, duc 3 in $\frac{3}{4}$, fiunt $\frac{9}{4}$, quorū radix eſt $\frac{3}{2}$, dico hinc $\frac{3}{2}$ media eſſe inter $\frac{3}{4}$ & 3, eſt enim vtrobique dupla proportio. Duo autē media proportionalia inter quoſcūque numeros inuenies hoc pacto: Minorē duc in ſe, productū in maiorē, quotientis radix cubica oſtendit minorē numerū tanquam mediū proportionale mediantē, & in pro-

 portione

portione ſecundum, vt inter 3 & 24, ſic inuenies duo media. Duc 3 in ſe, ſunt 9. hæc duc in 24, fiunt 216, cuius radix cubica 6 eſt, Deinde vt tertium habeas ex priori regula, duc 6 in ſe, ſunt 36, & diuide per 3, exeunt 12. Eſt igitur continua proportio 3, 6, 12, 24. At in multis non dari medium proportionale, non debet male habere: cùm id numerorum non ferat natura. Vt inter 3 & 8, medium proportionale eſt radix quadrata de 24, verùm hæc in numeris non poteſt aſsignari.

DE PROPORTIONVM additione & ſubtractione.

ETſi autem vel exiguus vel nullus eſt vſus harum ſpecierum in communi rerum vſu, cùm tamen in Aſtronomicis & Geometricis rebus ſint admodum neceſſariæ, placuit eas non omittere.

Additurus ergo duas magnitudinum proportiones ſiue habitudines in vnam ſummam, hoc eſt, explicaturus eas per alium numerum qui vtranque rationem complectatur: ſtatue ipſas proportiones in terminis ſuis in modum minutiarum, vt antea docui: Deinde multiplica denominationes has, ſiue (vt alij vocant) terminos in inuicem, quemad-

quemadmodum in minutijs diximus: producetur alia denominatio summam duarum proportionum complectens.

Si verò plures fuerint proportiones, tum primum prioris terminos in secundæ proportionis terminos multiplica, summam hanc in tertiæ proportionis terminos duc, atque ita deinceps ad finem progredere: postrema multiplicatio summam ostendet omnium proportionum. Exempli gratia, placet colligere summam proportionum quæ sunt inter 6, 12, & 18. Cùm igitur primi & secundi numeri proportio sit 2, hoc est dupla: secundi verò & tertij $1\frac{1}{2}$. hoc est sesquialtera, duco 2 in $1\frac{1}{2}$, prouenium $\frac{6}{2}$, hoc est tripla proportio. Item statuo colligendam summam proportionum quæ sunt inter 2.4, 10, 15, 20, 28, statuo primum terminos, qui sic se habent: 2. $2\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{5}$, iam duco 2 in $2\frac{1}{2}$, exurgunt $\frac{10}{2}$, hoc est quintupla proportio, deinde hæc 5 duco in $1\frac{1}{2}$, proueniunt $\frac{15}{2}$, quæ duco in $1\frac{1}{3}$, producuntur $\frac{60}{6}$, siue 10, hoc est decupla proportio, deinde 10, hæc duco in $1\frac{2}{5}$. prodeunt $\frac{70}{5}$, hoc est 14. Dico ergo summam omnium proportionum esse decuplam qua truplam.

Subductionis verò contraria ratio est. Nempe diuidendi sunt termini vnius proportionis per terminos alterius proportionis. Sic enim ex se-

H 5 cto

ctione hac producentur termini excessum duarum proportionum significantes. Verùm hìc ante omnia nosse oportet, vtra proportionum maior sit, id quod clarißimè denominationes siue termini earum significant. Maior enim proportio dicitur, cuius termini maiores sunt, siue cuius denominatio maior: vtra autem denominationum maior sit in integris, facile est iudicare: in minutijs verò artem tradidimus de minutijs iudicandis. Itaque vt vno verbo dicam, Subducturus vnam proportionem ex altera, diuide maiorem per minorem, vel è contra si opus est, collocatis ipsis in terminis: tum enim proueniet excessus proportionum. Vt subducere volo rationem quæ est inter 6 & 15, ab ea quæ est inter 4 & 15, hoc est $2\frac{1}{2}$, siue duplam sesquialteram ex $3\frac{3}{4}$, siue tripla supertripartiente quartas: Diuido $3\frac{3}{4}$, vel $\frac{15}{4}$, per $\frac{5}{2}$, producuntur $\frac{30}{20}$, siue $\frac{3}{2}$, hoc est $1\frac{1}{2}$, siue sesquialtera proportio. Tantus est excessus duarum proportionum dictarum. Quis verò harum specierum vsus sit, videre licet apud Claudium Ptolomæum primo libro magnæ compositionis. Multiplicationis verò & diuisionis proportionum nullum hìc requires artificium, quandoquidem natura rerum non admittit in vsu communi. Potest tamen ad mentem Euclidis proportio quæuis duplari, triplari,

plari, & per quemcunque alium numerum multiplicari, vt ex decima finitione quinti lib. colligere licet. Fiet autem aut multiplicando toties terminos proportionis in se, quot vnitates numerus multiplicans continet, dempta 1. Vt si proportionem $\frac{3}{2}$, hoc est sesquialteram velim triplare, ducam 3 in se, fiunt 9, quæ rursum per 3 multiplicata, faciunt 27. Similiter 2, in se bis ducta, faciunt 8. Igitur proportio $\frac{3}{2}$ triplicata facit $\frac{27}{8}$ hoc est, triplam superpartientem tres octauas. Hoc idem poterat per additionem colligi vt docuimus. Econtrario quoque si velis ad hunc modum proportionem in 2 secare, extrahe radicem quadratam vtriusque termini: si per 3 vis diuidere, extrahe radicem cubicam: si per 4, radicis radicem, ac sic consequenter seruato naturali ordine. Sed de his satis. De proportionalitatibus verò quas Græci ἀναλογίας vocant, nihil in præsentiarum dicere statui, ne instituti mei rationem transgrediar. Hæ enim ad opificium numerorum siue praxim parum aut nihil conferunt, nisi quis ampliorem habeat Geometricarum demonstrationum vsum. Quam ob rem his nostris bene intellectis, nihil est ab alijs descriptum in hac arte (dempta illa regula Algebræ) quin facile quiuis adsequatur, modò ad regulas à me dictas omnia reducat, id quod exercitatio magis magísq; docebit.

DE

DE VSVRA.

QVanquam Christianis vel nomen vsuræ debeat esse execrandum, cùm tamen necessitas multos ad eius vsum cogat, dicam pauca de huius computatione, potissimum vt ostendam medij proportionalis vsum extra Geometriam, de quo nunc tractauimus. Est ergo quædam vsura simplex, quæ singulis annis aliquam sortis partem exoluit, vel certis mensibus sortem æquat. Huius numeratio facillima est. Demus enim accepisse quempiam 600 *aureos ad vsuram, ea lege vt post* 100 *menses fœnus sortem æquet, quæritur quantum quinquennio soluet? Si ergo* 100 *menses lucrantur* 600 *aureos, quid lucrifaciunt* 60 *menses, siue quinque anni? ostendit regula* 360 *aureos, quos vltra sortem soluet, qui ad vsuram accepit* 600 *aureos. Vice versa si quispiam soluit pro vsura quinque annorum* 300 *aur. quæritur quanta fuerit sors, permanente eadam conditione vsuræ? Dices* 60 *menses soluunt* 300 *aur. quantum* 100? *vnde colliges* 500 *aureos. Sed alia est ratio vsuræ quam Iudaicam vocant, quæ singulis annis fœnus adauget, adeò vt fœnoris fœnus singulis æstimetur annis. Exempli causa, Acceperit quispiam* 800 *aureos, ea lege vt fœneratori*

tori soluat primo anno octauam sortis partem pro vsura, & secundo anno non solùm sortis octauam partem, sed etiam fœnoris prioris anni similem partem, ac sic deinceps singulis annis facta auctione, quæritur quantum quinquennio soluet? Hîc scire oportet singulis annis excrescere summam sortis & fœnoris continua proportione. Vt quia fœnus primi anni est $\frac{1}{8}$ sortis, erit fœnus secundi anni seorsum $\frac{1}{8}$ sortis & fœnoris primi anni, ac sic deinceps fœnus tertij anni, erit $\frac{1}{8}$ sortis & fœnoris primi & secundi anni, vnde proportio erit continua sesquioctaua. Fac ergo quinque numeros in proportione sesquioctaua vt docuimus paulò antè, sitque primus (si libet) 8, erit secundus 9, tertius $10\frac{1}{8}$, quartus $11\frac{25}{64}$, quintus demum $12\frac{417}{512}$, siue $\frac{6561}{512}$. Iam dic per regulam proportionum, 8 soluunt in quinque annis $\frac{6561}{512}$, quantum 800? sic colliges simul cum sorte & fœnore adaucto, $1281\frac{228}{512}$ vel $1281\frac{57}{128}$. Sed iam fingamus aliquem debere pro vsura primi anni summam sortis & fœnoris simul 4608, pro quarto verò anno 6561, quæritur quanta fuerit sors & quantum in fœnus cum anatocismo cedat. Hîc notabis ex præcedenti declaratione inter summam primi anni & summam vltimam, intercedere duas in eadem proportione medias. Igitur quære duo media

dia

dia proportionalia inter 4608, & 6561. Duc ſcilicet minorem, 4608, in ſe, fiunt 21233664. productum hoc duc in maiorem, ſcilicet 6561, exurgunt 139314069504. Huius radix cubica, 5184, oſtendit minorem duarum quantitatum mediantium in eadem ratione. Igitur ſecundo anno ſoluet pro ſorte & fœnore cum augmento 5184. Sed ſicut ſors & fœnus ſecundi anni ſe habent ad ſortem & fœnus primi anni, ſimul, ſic ſumma ſortis & fœnoris primi anni, ad ſortem ſolam. Igitur per regulam trium dices 5184, dant 4608? quid 4608? ſic colliges ſortem fuiſſe 4096. Si verò pro 5 annis, idem velles inquirere, tum inter duas adſignatas ſummas quærendum eſt medium proportionale, & rurſum inter illud medium inuentum, duóque extrema adſignata, duo alia media. Sic tria media habebis, & duo extrema, quæ faciunt ſimul quinque quantitates proportionales. Si verò pro 6 annis fiat quæſtio, dentúrque vt antè duæ extremæ ſummæ, tum neceſſe eſt 4, alias medias inuenire: verùm hoc efficere difficile eſt, abſque ampliori cognitione radicum.

Sed vt aliquid pro doctioribus adijciam, dimidatur maior quantitas per minorem quotientis radix ſurſolida vocata, ſiue quinta, oſtendit numerum, per quem multiplicata minima quantitas

titas gignit ſecundam, ac ſic reliquas. Sic ſi inter duas quantitates vnam mediam velis inuenire aliter quàm anteà docui, diuide maiorem per minorem, quotientis radix quadrata multiplicata in minimam, producit mediam. Si duas medias velis, diuide vt anteà, & quotientis radix cubica quæratur, hæc ducta in minorem, producit ſecundam. Si denique tres cupis quantitates medias, diuide vt anteà dixi, maiorem per minorem, quotientis radicis radix ducta in minorem, oſtendit ſecundam, & eadem multiplicatione continuata producuntur reliquæ omnes. Sic iudicabis de quotuis alijs quantitatibus. Hæc colliguntur ex decima finitione quinti Euclidis, & 19, octaui propoſitione & ſimilibus.

APPENDIX DE FRACTIONIBUS Aſtronomicis, ſiue de minutijs Phyſicis.

NON *video difficultatem aliquam inſignem in minutijs, ſiue fragmentis Phyſicis vel Aſtronomicis, verùm vt ſit expeditior via iuuenibus ad præclariſſimas diſciplinas, ad quas potiſſimum his noſtris commentationibus adiuuare lectorem voluimus, pauciſ-*

ſimis

ſimis annotabo quæ poßint difficilia videri. Quoniam ergo motuum aſtrorum temporúmque dimenſio ad vnguem rarißimè incidit in integras menſuras, vtpote annos, menſes, dies, & horas: aut in circuli ſigna aut gradus: ideo coacti ſunt artifices talia in minimas ſecare partes, vt exquiſita conſtaret numeratio. Ob ſummam autem facilitatem placuit ſexagenaria diuiſio: itaque omnia integra, quæ non habent partes vſu receptas, diuidunt in 60 partes, atque has vocant minuta. Minuta deinceps ſecant in alias 60 particulas, quas ſecunda nominant, ſecunda in 60 tertia, atque hæc rurſum in 60 quarta partiuntur, ſicque continuè procedunt ad decima vſque, & vltra quoque ſi rei vſus requirat. Quæcunque verò habent alias partes vſu receptas, vocantur integra, aut quæ non ſunt ſexageſima pars alterius. Sic annos, dies, horas, circulum, ſigna, gradus, milliare, ſtadium, paſſus, & ſimilia, integra vocantur, quanquam gradus vocari, dicantur apud probatos autores partes & minuta ſcrupula. Nos doctrinæ facilioris gratia vulgò recepta vocabula ſeruabimus, dicturi de Additione & Subtractione, & reliquis ſpeciebus.

Addi

ADDITIO.

IN additione illud primum obseruare oportet, vt integra sub integris, & fragmenta siue minutiæ collocentur sub eiusdem generis minutijs. Deinde facto initio à minimis minutijs, fiat additio in vnam summam, singulas minutias ordine colligendo. Tum verò si per additionem summa 60 superauerit, diuidēda erit summa per 60, & quot vnitates prouenerint, tot addendæ sunt proximè maiori fractioni, ac sic deinceps reliquæ colligendæ sunt, donec ad integra perueniatur. In his etiam obseruare conuenit integrorum valorem. Nam si signa proponantur communia hoc est, qualia sunt 12 in circulo, tum summa graduum diuidenda per 30, ac numerus exiens signis adijciendus. Si verò signa fuerint Physica, quorum 6 circulum constituunt, qualia sunt ferè in tabulis Alfonsinis, tum graduum aceruus per 60 diuidatur, &c. Quoties etiam signorum communium summa 12, aut Physicorum 6 superauerit, toties illa abijciantur prorsus, & sola residua loco signorum ponantur. Simile quoque iudicium est de alijs integris. Sed hæc satis facilia sunt callenti quatuor species Arithmetices, ideóque vno atque altero exemplo de-

clarasse satis videtur. Placet ex tabulis eclipsium Purbachij colligere mediocrem motum solis ad diem 12 Nouembris, & horam secundam pomeridianam anni 1547, ad quam futura putatur eclipsis solis.

	Sig.	Grad.	Mi.	Secū.
Ad An.1460 cōpletum.	9	19	1	19
Pro 80. An.completis.	0	0	35	16
Pro 6. An. completis.	11	29	33	5
Pro Octob. completo.	9	29	38	11
Pro 12 diebus.		11	49	40
Pro 2 horis.			4	56
Summa omnium.	8	0	42	27

Summa secundorum est 147, quæ diuisa per 60, efficit 2, hæc addita minutis, faciunt simul 162, residuū verò nempe 27, subscribitur. Deinde summa minutorū 162, diuisa per 60, rursum 2 producit, restántque 42, quæ subscribuntur, & 2 gradibus adijciuntur, qui omnes collecti cum illis 2, efficiunt 90, quæ diuisa per 30, (quia signa sunt communia) efficiūt 3, nihilque relinquitur: vnde 0 subscribitur gradibus, & 3 adduntur signis, quæ vnà cum alijs efficiūt 32. ab his abijcio 12 quoties possum, restántque 8, quæ annotantur in exemplo. Item volo inuenire mediam vocatam

tam

tam coniunctionem, siue mediocrem lunarium congressum, ad eundem mensem ex ijsdem tabulis. Itaque sic ago.

	Dies	Horæ	Mi.	Se.
Ad Annū 1520 cōpletū.	12	14	32	11
Pro An. 26 completis.	16	16	19	41
Pro Octobri completo.	8	16	30	30
Summa omnium.	46	23	31	22

Hic in minutis, & secundis eodem modo quo dictum est proceditur, verùm horarum summa quæ colligitur 47, diuisa est per 24, quia tot horæ diem naturalem constituunt, residuum nempe 23 annotatur, & vnitas per diuisionem collecta diebus adijcitur.

DE SVBTRACTIONE.

IN subtractione similis ordo seruandus qualis in additione, sed quoties minutiæ à suis minutijs subduci non possunt, tum subtrahantur ex 60, hoc est, ex vnitate minutiæ maioris, & residuum addatur minutijs ex quibus subtractio fieri debebat, summa subscribatur. Hoc quoties contigerit, toties vnitas additur sequenti numero subtrahendo. Si verò gradus à gradibus subtrahendi fuerint, & subtrahendus

trahendus ſuperauerit illũ à quo debet fieri ſubtractio,tunc ſubtrahantur ex 30, ſiquidem ſigna communia propoſita fuerint,reliqua perficiantur vt dictum eſt. Similiter horarum numerus cùm opus eſt,ex 24 ſubtrahitur. Ac eodem modo de alijs intelligendũ.Exempli gratia, Collegeramus per additionem mediocrem motum Solis 8 ſig. 0. grad. 42 mi. 27 ſecund.Vt hinc colligamus verum ſolis locum, iubemur ſubducere æquamentum, quod colligitur ex tabulis ijſdẽ Purbachij 1 grad. 9 mi. 53 ſecunda,quæ ſic colloco.

Hic igitur 53 iubeor auferre ex 27, quod fieri nequit. Igitur ſubtraho 53, ex 60,hoc eſt, ex vno minuto, reſtant 7,

Sig.	Grad.	Mi.	Secũ.
8	0	42	27
	1	9	53
7	29	32	34

quæ addita ad 27, faciunt 34, hæc ſubſcribuntur, deinde 10 ex 42 ſubtracta relinquunt 32, poſtea vnum ex nihilo auferri non poteſt,ideo ſubducitur ex 30, reſtant 29 gradus, quia ſigna ſunt communia, demum vnitas aufertur ex 8 ſignis. Sic collegimus Solem ad tempus adſignatum occupare Scorpij 29 gradus, 32 minuta, & 34 ſecũda.Similiter de diebus,horis & minutijs alijs faciendum eſt. Vt quia collegeramus per additionem dies & horas cum minutijs pro mediocri

coniun

coniunctione liminarium, iubemur illud tempus auferre ex 59 diebus,1 hora, 28 minutijs, & 6 secundis,quæ sic collocamus.

Dies	Horæ	Mi.	Secun.
59	1	28	6
46	23	31	22
12	1	59	44

Igitur 22 secũda ex 60,relinquunt 38, quibus addita 6, faciunt 44,deinde addimus 1 ad 31,fiũt 32,quæ ablata ex 60, relinquunt 28,quæ cum 28 conficiunt 56. Iam verò vnitas addenda 23 horis, fiuntq́ue 24.quæ auferantur ex 24, quia ab 1 non possunt, sic nihil relinquitur. Ideoq́ue 1 subscribimus & 46 diebus vnum adijcimus, summámque ex 59 auferimus, relinquuntur 12. Quòd si in subtractione integra ab integris auferri non poßint, tum quoque maiora integra mutuare oportet.secundum ipsorum integrorum quæ proponuntur valorem. Vt si 6 signa communia cum 28 gradibus iubeor auferre ex 4 signis & 6 gradibus, primũ subduco 28 gra. ex 30,restant 2, quæ cum 6 constituunt 8, deinde vnitatem adijcio ad 6, signa fiũt 7,quæ aufero ex 12 signis, quia tot sunt in toto circulo,restant 5 signa,quæ cum 4 signis constituunt 9, restant igitur 9 signa, & 8 gradus.Similia quiuis facile in alijs imaginabitur.

DE MVLTIPLICATIONE.

IN multiplicatione & diuisione potissima difficultas est in inuenienda denominatione productorum. Nam quod ad multiplicationem attinet, oportet singulos numeros multiplicantis in omnes sigillatim multiplicandi numeros ducere: deinde producta eiusdem denominationis addere, & quæ 60 excedunt, per diuisionem ad maiora reducere: sic colligitur multiplicationis summa. Sed hîc admonere oportet difficultatis, quæ integris incidit. Vt si proponantur Dies, Horæ, & Minuta, multiplicanda per signa, gradus, minuta, & secunda, quoniam in multiplicando numero proponuntur duplicia integra, dies nempe & horæ, oportet illa reducere ad vnum genus integrorum: Hoc autem satis facili via potest fieri. nam horæ ad minuta diei reduci per regulam proportionum, vel per tabellas ad hoc extructas, quæ in Alfonsinis tabulis habentur. Sed breuis regula est. Multiplicatus enim horarum numerus per 2 $\frac{1}{2}$, fit numerus minutorum diei. Vel multiplica horas per 5, & medietas producti erit numerus idem minutorum diei. Hoc vbi accidit, oportet quoque reliqua minuta horarum & secunda, & quæcunque fuerint deinceps

fractiones,

fractiones, ad dierum fractiones reducere, eadem scilicet via, qua horæ ad minuta dierum reducebantur. Nam si minuta horarum per 2 $\frac{1}{2}$ multiplicentur, fiunt secunda dierum. Si verò secunda horarum eo modo aucta fuerint, fient tertia dierum. Tota verò hæc res pendet ex regula proportionum. Quia enim diem volumus partiri in 60, dicimus 24 horæ valent 60 minuta, quantum 20? vel quilibet alius numerus horarum. Si verò interim per hanc reductionem numerus exurgat maior quàm 60, tunc diuidendus est numerus productus per 60, productum addendum maiori fractioni, residuum suo loco seruandum. Vno verò exemplo hanc doctrinam declarasse sat fuerit. Placet multiplicare lunæ motum diurnũ per 29 dies, 12 horas, 44 mi. 3 secunda. Est autẽ motus lunæ diurnus ex Alfonsinis tabulis, quas sequitur Purbachius 13 gra. 10 mi. 35 secũda, 1 tertia. Hîc igitur ante multiplicationem reducendi sunt numeri ad sexagenariam diuisionem. Ideoq; 3 secun. horarum multiplico per 5, diuidóque per 2, fiunt 7 tertia diei, cum dimidio, hoc est 30 quartis diei. Deinde 44 minu. multiplico per 5, fiunt 220, quæ diuido per 2, exurgunt 110 secunda diei, hæc diuido per 60, prouenit 1 minutum diei, quod seruo: relinquuntur autem 50 secunda diei,

quæ ſuo loco annoto. Demum 12 *horas ſimiliter duco in* 5,*diuidóque per* 2,*fiunt* 30 *minuta diei, quibus vnum iam anteà per diuiſionem collectum adijcio, fiunt poſtremo* 29 *dies,*31 *mi.* 50 *ſecunda,*7 *tertia, &* 30 *quarta diei, multiplicanda per motum lunæ anteà poſitum. Hunc autem non oportet mutare, quia ſeruatur ordo ſexagenariæ diuiſionis. Hoc igitur in multiplicatione & diuiſione efficiẽdum eſt ſedulò, vt talis ordo ſeruetur, hoc eſt, vt integra quæ proponũtur, in* 60 *minuta ſecentur abſque vlla alia partitione intercedente: quælibet etiam deinceps fractiones in* 60 *minores particulas intelligantur diuidi. ſic enim confuſio denominationum productarum euitabitur. Iam verò vt denominationes productorum abſque difficultate inueniri poßint: pone ordine naturali denominationes quotquot velis, eíſque numeros naturali ſerie progredientes ſubſcribe hoc modo.*

Integra, Mi. $\bar{2}$, $\bar{3}$, $\bar{4}$, $\bar{5}$, $\bar{6}$, $\bar{7}$, $\bar{8}$. *&c.*
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Quandocunque igitur multiplicas duos numeros inter ſe, productum erit eius denominationis quam oſtendet numerus collectus ex duobus numeris, ſubſcriptis multiplicantium duorum denominationibus. Vt cùm duco minuta in ſecunda, fiunt

ſiunt tertia, quia 1 *&* 2 *faciunt* 3. *Item cùm tertia in tertia duco, ſiunt ſexta, cùm integra in ſecunda ducuntur, ſiunt ſecunda, cùm in tertia, tertia. Ac ſimiliter de reliquis iudicabis. Huius autem rei demonſtratio ex fractionibus vulgaribus petitur. Quia enim integrum omne hîc in* 60 *diuiditur, erit neceſſariò minutum* $\frac{1}{60}$ *integri. At quia ſecundum eſt* $\frac{1}{60}$ *minuti, hoc eſt, ſexageſima ſexageſimæ particulæ, erit ideo ſecundum* $\frac{1}{3600}$ *integri, ſic vnum tertium eſt* $\frac{1}{216000}$ *integri, vnum quartum* $\frac{1}{12960000}$ *integri, & vnum quintum* $\frac{1}{777600000}$ *integri, qui numeri continua multiplicatione ſexagenaria ſiunt. Facile igitur patet ex regulis vulgarium fractionum, quòd cùm* $\frac{1}{3600}$ *hoc eſt,* 1 *ſecundum multiplico per* $\frac{1}{216000}$ *producitur* $\frac{1}{777600000}$, *hoc eſt, vnum quintum, ſicut* 2 *&* 3 *faciunt* 5. *Nam vnum tertium eſt* $\frac{1}{216000}$ *integri, vt oſtendimus. Ac eodem modo de reliquis omnibus colligendum eſt.*

Nunc igitur ad exemplum propoſitum accedamus. Atque vt confuſio omnis euitetur, ponantur duo numeri ordine naturali, vt ſequitur.

I 5 Inte

Integra.	*Mi.*	2̄,	3̄,	4̄,	5̄,	6̄,	7̄.	
29	31,	50,	7,	30,				*Multiplicandus*
13,	10,	35,	1,					*Multiplicans*
			29	31	50	7	30.	*Producta*
	17	13	34	14	22	30		*multipli-*
4	55	18	21	15	0			*cationis*
583	44	51	37	30				*ſparſa.*
389	57	24,	2	31	12	37	30	*Productũ.*

Primum duximus 1 *tertium in* 30 *quarta, vnde exierunt* 30 *ſeptima, ſecundum regulam, ac ſic deinceps, vt patet in primo ordine productorum. Secundo duximus* 35, *in omnes ſupremi ordinis numeros, primum verò in* 30 *quarta, & quia* 35 *ſecunda ſunt, producuntur* 1050 *ſexta, quæ diuiſa per* 60, *efficiunt* 17 *quinta, &* 30 *ſexta: ideoq;* 30 *ſcribo ſuo ordine,* 17 *verò ſeruo, poſt hæc duco* 53 *in* 7, *fiunt* 245 *quinta, quibus addo* 17 *quinta ſeruata: eſt igitur ſumma quintorum* 262, *quæ rurſum partior per* 60, *fiunt* 4 *quarta, &* 22 *quinta: ſcribo* 22 *ſuo loco, &* 4 *ſeruo. Similiter* 35 *duco in* 50, *fiunt* 1750 *quarta, quia ſecunda ducuntur in ſecunda, addo nunc iſtis* 4 *quarta prius ſeruata, fiunt* 1754 *quarta, quæ diuiſa per* 60, *faciunt* 29 *tertia, &* 14 *quarta. Ac ſic perfeci reliquam multiplicationem quam adſcriptam vides, multipli*

tipli

tiplicando ſcilicet ſingulos multiplicantis numeros in ſingulos multiplicandi, ac producta vbi excreuerint per 60 diuidendo. Nec opus mihi videtur iſta latius proſequi, cùm ex dictis & vulgari Arithmetica facilia ſint. Sic igitur collegimus lunam mediocri motu percurrere 389 gradus, ſiue 12 ſigna communia, 29, gradus, 6 minuta, & reliqua quæ per multiplicationem collecta ſunt in diebus 29, horis 12, minutis 44, & ſecundis 3. Eadem quoque ratio ſeruatur, cùm gradus, minuta, ſecunda, & tertia, multiplicantur in milliaria, eorúmque minuta, ſecunda, & tertia. At quoniam duplicia proponuntur integra, contingit non immeritò dubitatio de producti denominatione: vt quia tempus multiplicauimus per motum, in quæſtionem verti poteſt, quid per multiplicationem prognatum ſit, tempúſne an motus, hoc eſt, num integrorum nomine dies an gradus contineantur. Hoc autem colligemus ex propoſitæ quæſtionis natura. Vt quoniam dies complectuntur motum adſignatum, erit productum de natura complexi & non complectentis, ideóque 389 integra gradus notant. Sic cùm gradus & minuta multiplicantur per milliaria & minuta, productum denominabitur à milliaribus & minutis illorum, eo quòd ferè gradus ipſa milliaria complectantur. Sic enim in

Geo

Geographia dicimus gradus singulos magni circuli continere 60 milliaria Italica, in parallelis verò tantò minus quantò propius ad polum accesserint. Atque hoc modo de omnibus iudicandum est.

DE DIVISIONE.

IN diuisione in primis debet constare sexagenaria illa progreßio. de qua in multiplicatione abundè diximus: potißimum si quando diuisor compositus fuerit, & absque reductione diuisionem perficere voluerimus. Quando enim diuisor simplex est, nullam habet in operando difficultatem: nam singuli numeri qui in diuidendo ponuntur, sigillatim per diuisorem sunt diuidendi. Productorum verò denominationem scies ex tabella in multiplicatione posita, vbi singulis minutijs suas denominationes ordine naturali adscripsimus. Nam sicut in multiplicatione per additionem talium numerorum denominatio productorum colligebatur, ita in diuisione per subductionem, productorum denominatio cognoscitur. Subtrahenda verò est semper diuisoris denominatio à diuidendi denominatione, sic producti denominatio colligitur. Vt si 24 tertia diuidam per 6 minuta,

ta, fient 4 secunda: si tertia per tertia, fiunt integra: quoni am 3 ex 3ablata, nihil relinquunt. est autem integrorum nulla denominatio, vt anteà in multiplicatione ostendimus. Atque vt ibi ex fractionam vulgarium artificio docuimus denominationes inueniri posse, ita quoque in diuisione fieri posse non est dubium. Vt quando diuido $\frac{24}{216000}$ (sic denominantur tertia) per $\frac{6}{60}$, hoc est 6 minuta, ducuntur 60 in 24, & 6, in 216000, producuntúrque $\frac{1440}{1296000}$. Quòd si vtrunque per 6 diuiseris, redibit denominator Physicus, fiéntque $\frac{240}{216000}$, hoc est; 240 tertia: nam 216000 denominatio est tertiorum. Quòd si ambos per 60 diuiseris, prodibunt $\frac{4}{3600}$, hoc est, 4 secunda. 3600 enim denominatio est secundorum, nec potest ad minorem fractionem Physicam reductio perducere. Sola enim diuisione sexagenaria fit progreßio denominationum Physicarum: at quanquàm 3600, per 60 diuidi, possunt, 4 tamen illam diuisionem non admittunt ideoq; ad aliam Physicam denominationem $\frac{4}{3500}$ non reducuntur, licet eadem hæc fractio valeat reducta $\frac{1}{900}$. Sed sufficit hæc indicasse studiosis, vt sciant non sine ratione dari regulas illas inueniendi denominationes Physicas. Contingit verò frequenter in diuisione diuisorem non contineri exactè in numero diuidendo. Tum sanè residuũ per 60

mul

multiplicatum,pertinebit ad fractionem ordine sequentem. Exempli causa. Motus lunæ in die ab Alfonso statuitur 13 graduum,10 mi. 35 secund. 1 terti. 15 quart. volo hinc discere, quantum eadem luna vnius horæ spatio emetiatur. Diuidam ergo motum aßignatum per 24 horas, hoc est integra. In primis non possunt 13 diuidi per 24,ideóque multiplico 13 per 60, fiunt 780 minuta, quibus addenda sunt 10 minuta quæ sequuntur. Iámque 790 diuisa per 24, fiunt 32 minuta, ac restant 22,quæ rursum in 60 ducta, faciunt 1320 secunda. His adijcio 35 secunda, vnde colliguntur 1355 secunda. Hæc diuido per 24, colligo 56 secunda. Restant verò 11 secunda. Hæc multiplicata per 60 reddunt 600, quibus si 1 tertium adiecero, fiunt 661 tertia. Hæc diuido per 24, fiunt 27 tertia. Relinquuntur 13,quæ ducta in 60, efficiunt 780 quarta, quibus 15 adijcio, ac surgunt 795 quarta, quæ diuido per 24, ac colligo 33 quarta. Ac sic progrediendum est quantum libet · nos enim reliquas fractiones breuitatis gratia omisimus. Itaque motus horarius lunæ est 32 mi. 56 secunda, 27 tertia, & 33 quarta. Verùm frequenter accidit diuisorem esse compositum ex variè denominatis numeris, ac tunc maior longè incidit difficultas. Vt fingamus lunam distare secundum viæ suæ tramitem ab aliqua stella fixa 36 gradibus

dibus, 30 minutis, 24 secundis, 50 tertijs, & 15 quartis. Quæritur, quanto tempore luna spatium illud percurret secundum mediocrem suum cursum, quem statuimus 13 gradibus, 10 mi. 35 secund. 1 terti. & 15 quart. per diem. Duplex autem in tali diuisione via potest adsignari. Altera est, vt vterque numerus, tam diuidendus quàm diuisor, reducatur ad minimam in quæstione propositam denominationem, vt hoc in loco ad quarta. Fit autem reductio talis per multiplicationem sexagenariam: quẽadmodum in nostra quæstione primum multiplicauimus 36 per 60, fiunt 2160 minuta, his adijciemus 30 mi. fitque summa 2190 mi. Hæc rursum per 60 multiplicauimus, sic enascuntur 131400 secunda, quibus adiecta 24 secunda, constituunt 131424 secunda. Hæc deinceps per 60 multiplicata, faciunt 7885440 tertia. His adiecta 50 tertia, efficiunt 7885490 tertia. Demum hæc in 60 ducta, producunt 473129400 quarta, quibus si 15 adijciantur, fit tota summa diuidenda 473129415 quarta. Eodem modo diuisor reductus constituit 170766075 quarta. Facta reductione diuidatur numerus diuidendus per diuisorem, & productum denominabitur ab integris. Quod verò diuidi non potest, ducatur in 60, productúmque diuisum per eundem diuisorem dabit minuta:

ac

absque reductione numerorum, non paruam habens difficultatem. Hanc exemplo potius quàm obscuris verborum ambagibus declarandam censeo. Ideóque proponantur ijdem numeri diuidendi, ac idem quoque diuisor, qui in quæstione superiori adsignabantur, ac collocentur hoc ordine.

Integr.	*Mi.*	2.	3.	4.	
36.	30.	24.	50.	15.	*Diuidendus*
13.	10.	35.	1.	15.	*Diuisor.*

Hic quæro, quoties 13 in 36 quia vero bis continentur, multiplico totum diuisorem per 2, fiunt 26 integra, 21 mi. 10 secund. 2 tertia, 30 quarta, quæ subtracta ex diuidendo, relinquunt 10 integra, 9 mi. 14. secund. 47 tertia, & 45 quarta. Iam quia 10 integra amplius per 13 diuidi nequeunt, resoluo ea in minuta, multiplicando per 60. fiuntque cum 9 mi. 609 minuta. His rursum diuisorem subijcio.

Mi.	2.	3.	4.		
609.	14.	47.	45.	0.	
13.	10.	35.	1.	15.	*Diuisor.*

Hic rursum quæro, quis sit numerus qui in diuisorem ductus totum suprapositum quàm proximè auferat. Inuenio autem 13 in 609 contineri quadragies sexies, ac satis restare pro reliquis mul

 tiplicatis

tiplicatis per 46. Ideóque totum diuisorem multiplico per 46. minuta: siquidem diuidendo minuta per integra, fiunt minuta. Prodit autem ex multiplicatione hic numerus 606 mi. 6. secunda, 50 tertia, 57 quarta, & 30, quinta. Hæc aufero ex superiori secundum regulas in subductione datas, restant 3 mi. 7 secunda, 56 tertia, 47 quarta, 30 quinta. Et quia 3 mi, per 13 diuidi nequeunt, resoluo ea in secunda, per 60 multiplicando, sicq; cum 7 additis, fiunt 187 secunda, 56 tertia, 47 quarta, 30 quinta. Hæc rursum diuido per diuisorem. Quoniam enim 13 in 187 continentur decies & quater, multiplico totum diuisorē per 14 secunda: nam diuidendo minuta per integra, colligimus secūda. Efficit autem multiplicatio 184 secunda, 28 tertia, 10 quarta, 17 quinta, 30 sexta. Ablatis istis ex superiore restant 3 secunda, 28 tertia, 37 quarta, 12 quinta, 30 sexta. Per hæc verò licebit vlterius diuidendo progredi quantum placet. Sed nobis sat esse videtur, ostendisse duplici via ad eundem finem peruenire nos posse. Inuenimus enim vtroque modo lunam absoluturam spatium adsignatum, duobus diebus, 46 minutis dierum, & 14 secundis dierum, hoc est, duobus diebus, 18 horis, & 53 minutis. Reducuntur enim minuta dierum in horas duplando ac di-

uidendo

uidendo per 5, sic secunda dierum reducuntur in minuta horarum duplãdo ac diuidendo per 5. Id quod ex regula proportionum colligitur: 60 enim minuta diei faciunt 24 horas, siue 5 faciunt 2: atque eodem modo de reliquis iudicandum. Qualiter verò cùm multiplicatio tum diuisio per tabulam vocatam proportionalem absoluantur, hoc loco superuacaneum docere puto, cùm hac ratio sufficiat, nec illa careat sua difficultate, tum verò satis apud authores tabularum illa tractantur.

De radicum extractione.

EXiguus vsus est radicum quadratarum aut cubicarum in fractionibus Physicis, nec aliqua difficultas. Quæruntur enim eodem modo radices, quo in vulgari Arithmetica docetur: solum verò artificium est in denominatione inuenienda. Oportet autem esse vel integra, vel denominationem parem, cùm radicem quadratam inuenire volumus. Vt radix quadrata de 36 integris, est 6, integra. Itẽ radix quadrata de 36 secundis, est 6 mi. Item radix quadrata de 36 quartis, est 6 secunda. Oportet enim solùm denominationem mediare, vt surgat denominatio radicis. Quòd si numerus compositus ex varijs proponatur, is ad vnicam reducendus,

cendus, vt in diuisione diximus. Sic radix quadrata de 26 minutijs, & 40 secundis, est 40 minuta. Nam 26 minu. valent 1560 secunda, quibus si 40 adijciantur, fiunt 1600 secunda: horum radix quadrata est 40 minuta. Si verò numerus proponitur cuius denominatio non fuerit par, reducetur ad talem denominationem. Vt volo inquirere radicem quadratam 4 graduum, 25 minutorum. Reducta ad secunda, fiunt 15900 secunda: horum radix quadrata valet 126 minuta. Quòd si exactius vellemus radicem inquirere, reducenda essent illa secunda ad quarta. Sic in cubicis oportet denominationem esse ternario diuisibilem, vel integra esse. Ideóque si talia non proponantur, reductione vtendum est. Itaque radix cubica de 27 integris, est 3 integra: radix cubica de 27 tertijs, 3 minuta: radix cubica de 27 sextis, 3 secunda. Demum radix cubica ex 59 integris, 19 min. 8 secundis, 24 tertijs, valet 234 minuta: reducti enim numeri ad tertia, constituunt 12812904 tertia, quorum radix cubica valet 234 minuta, siue 3 integra, 54 min. Eodem modo agendum est de alijs similibus. Examinantur autẽ omnes istę species & operationes, per cõtrarias operationes. Et si quæstiões obijciantur

tur

tur ex regula proportionũ, quemadmodũ frequenter pro parte proportionali in tabulis inueniẽda cõtingit. perficienda est regula multiplicãdo, & diuidendo per has species, vt ratio regulæ exigit.

Iucundæ aliquot quæstiunculæ.

SI quis petat quatuor ponderibus tantũ omnia perpẽdi põdera quæ sunt ab vno vsque ad 40, ita vt non opus sit alijs ponderibus: Id efficies, si vnũ pondus sit vnius libræ, secundũ trium, tertiũ 9, quartũ 27. His enim potes omnia emeteri pondera ab vno ad 40: vt si velis efficere 21 libras, pone in altera biblance 27 & 3, in altera verò 9. Si 22 libras petis, pone in altera 27 & 3, in altera 9 & 1. Eadem ratione licebit quinque ponderibus perpendere omnia pondera ab vno ad 121 vsque, scilicet 1,3,9,27,81. Item per 6 ad 364, scilicet 1,3,9,27,81,243.

COncepit quidã numerũ aliquẽ, quẽ vt indices, ita agito. Iube eũ triplare cõceptũ animo numerũ, triplũ mediare, deinde Quotientẽ rursus triplare, triplũ hoc rursus mediare. At si in priori mediatiõe impar fuerit numerus triplus, (id enim inquirendũ est) tum iube illum parem ex eo facere additione vnitatis, ac deinde mediet: tu verò ex hac additione 1 tibi reserua. Si verò in posteriori imediatione id accidat, idem iubebis eum

 facere,

facere, sed tibi 2 seruabis. deinde iube illum abijcere 9, quoties potest ex vltimo suo numero, tu verò toties 4 numerabis, ac deinde adijcies si quid seruaueris. Vt, cogitauerit quispiam 7, id si triplet, erunt 21, quæ non possunt mediari, igitur adijciat 1, fiunt 22, ea mediet, sunt 11, tu verò retine 1, deinde iube vt rursus triplet 11, fiunt 33, ea rursus mediari non possunt, nisi vnitate adiecta, ita erunt 34, quorum dimidium 17 valet, tu verò 2 hic collige: iam iube illum abijcere 9, quoties potest: verùm quoniam tantùm semel id licet, 4 colliges, de reliquo nihil inquires, sed pro eo 3 tibi seruaueras, quæ cum 4 addita, 7 faciunt.

SI tres diuersæ res abscondantur à tribus diuersis personis, tu verò per Arithmeticam tanquam diuinus vates vnicuique dicere velis quam absconderit rem, ita agito. Sint tres res a, b, c, animo tuo signatæ, personæ verò ordine animo tuo hæreant, primus, secundus, tertius: tum priusquã res abscondãt, pone in medium 24 proiectiles, ex his da primo 1 in manu, secundo 2, tertio 3: deinde colloca tres res ordine, & præcipe illis, vt vbi abieris, tum singuli vnam ex his rebus quamcunqne velint abscondat, sed ea lege, vt qui absconderit a, capiat ex 18 proiectilibus relictis,

adhuc

adhuc tot proiectiles quot habet is ipse in manu. Qui verò b absconderit, duplum capiat: qui tandem c, quadruplum. Reliquum verò in mensa aut loco aperto relinquant. Hinc tribus rebus & personis per ordinem memoriæ infixis, secedas, quousque res absconderint, ac rationem inierint. Tum reuersus, inspice residuos in tabula proiectiles, qui perpetuò aut est 1, aut 2, aut 3, aut 5, aut 6, aut 7. Si igitur vnus tantum fuerit, tum primus abscondit a, secundus b, tertius c. Si duo, tum primus abscondit b, secundus a, tertius c. Reliquos ex Tabella annexa intelliges modos.

Residui proiecti-les.	Personæ.	Res.	Residui proiecti-les.	Personæ.	Res.
	1	a		1	b
1	2	b	5	2	c
	3	c		3	a
	1	b		1	c
2	2	a	6	2	a
	3	c		3	b
	1	a		1	c
3	2	c	7	2	b
	3	b		3	a

IACOBVS PELETARIVS LECTORI.

Quum viderem Gemmæ Frisij Praxim Arithmeticam facili compendio ac luculenta methodo conscriptam, sed (vt est ars ipsa offendiculis obnoxia) supra modum mendosam versari in manibus iuuenum: id negotij suscepi, vt quæ securitate ingenij, vt videbatur, ac celeritate calculi exciderāt, maximè verò quæ à Typographorum incuria profecta essent, ea recognoscerem ac restituerem. Quæ quidem commemoratio eò nō spectat, vt ex re tā exigua laudis quicquam captare velim: immo sic statuo, authorem ipsum suo quodā iure id à me postulare, qui eius librum pro præceptore habuerim. Atque eam ob causam quò magis officio meo satisfacerem, quò etiam Arithmeticæ candidatos aliqua ex parte iuuarem, addidi Annotationes in locos aliquot qui discentibus negotium facturi ob Laconismū videbantur: insuper de Fractionibus Astronomicis Compendium: itémque nonnulla ad Calendarij rationem pertinentia. Quæ omnia sic à nobis accipies, amice Lector, vt speres nos aliquando solidius al quid daturos. Vale. Lutetiæ quarto Idus Februarij, Anno à Christo nato, 1545.

pag.6.

pag.6.Elementa ſunt decem.) Nouenarius igitur non eſt vltimus ſimplicium numerorũ,ſed denarius quãuis huic proprius character non ſit aſſignatus. Eſtq; admiratione dignũ,quòd ſupra denariũ numeri in ſeipſos recurrant, neq; vlla alia ratio numerorum excogitari potuerit,quàm ex nouẽ primis elemẽtis & ipſo denario cõpoſita. *pa.7.A Chaldæis.)* Alij tribuũt Phœnicibus,qui ob cõmodiorem negotiationis,quã præcipuè exercebant,vſum,numerorũ practicã excogitarunt, quæ poſteà per manus tradita in ſcientiam redacta eſt. Aegyptijs tribuitur Geometriæ inuẽtio. Diuidẽdi enim fuerunt agrorũ limites,quos Nili inundationes cõfundebant: Chaldæis Aſtrologia,qui & ipſi peculiari nomine Genethliaci & Mathematici dicti ſunt. *pa.10. Partiuntur etiam authores.)* Habet & numerus Par tres ſpecies,Pariter parẽ, qui vſq; ad vnitatẽ continuè diuidi poteſt in æquas partes,vt 32 in 16, deinde in 8,pòſt in 4,tandẽ in 2,vſq; ad 1: Pariter imparem,qui vnã tantũ admittit ſectionẽ æqualẽ, vt 2, 6,10: ſic impariter parẽ,qui plures admittit diuiſiones,ſed non vſq; ad vnitatẽ, vt 20,36,48,&c. Eſt igitur particeps duoru priorũ,pariter paris, & pariter imparis. *pa.10.Poſſũtq; plures aliæ diuiſiones numerorum fieri.)* Numerus perfectus dicitur qui integrè conſtat ex aggregato omnium numerorum

K 5 qui

qui ipsum numerāt, veluti 6, qui numeratur à 3, 2, 1, qui iuncti faciūt 6. Et numerus perfectus semper in 6 vel in 8 terminatur. Intra primū denarium 6 solus est perfectus: intra secundū denarium, hoc est à 10 vsq; ad 100, solus 28 est perfectus: à 100 ad 1000 solus 496: à 1000 ad 10000, 8128: & in summa vnicus reperitur numerus perfectus in quolibet decuplo augmento. Huic numero opponitur Diminutus, cuius partes numerantes ipsum non integrant. Veluti, 10 numeratur à 5, 2, 1, qui iuncti tantùm octo efficiunt. Est & numerus abundans, qui à suis numerātibus superatur: vt, 12, numeratur à 6, 4, 3, 2, 1, quorū aggregatum reddit 16. Numerus primus est quem vnitas sola metitur. Numeri contra se primi dicuntur, qui nullū habent numerum cōmunem qui ipsos diuidat, vt 5, & 7, & 9 & 11, & similes. De Quadratis & Cubis dicet author suo loco. pag. 12. Collige omnes numeros.) Ea est proprietas nouenario numero, quòd ipse mensurat æquali excessu notas collectas simplici valore æstimatas, & numerū significatum per illas ordine recto & præpostero. Vt in 84 & 48, 8 & 4 faciunt 12, à quibus ablatis 9, supersunt 3: 9 ergo numerant 84 & 48, hunc ter, illum nouies, & restant vtrinque 3. Circuli, hoc est ciphræ nō mutant superfluum eius. Hic itaq; numerus 45630, est diuisibilis per 9 præcisè: continet enim

9,5070, hoc est quinquies millies septuagies. pa. 17. Scribe digitum vnum supra alterum &c.) Alia item ratione poteris digitorũ in digitos multiplicationem expedire: scilicet vt maioris digiti distantiam à 10 accipias, postea minorem digitum à suo denario, quem denominat, toties auferas quot in numero distantiæ sunt vnitates: Vt octies nouem, aufer à 9 vnitatem qua distat à 10, & ab 80 qui est denarius ab 8 denominatus, aufer semel octo, restant 72, numerus ex vtriusq; inuicem multiplicatione consurgens. Item septies octo, aufer distãtiam 8 à 10, quæ est 2: deinde à 70, qui est denarius à 7 denominatus, aufer bis septem, supersunt 56, numerus ex multiplicatione 8 in 7 consurgens. pag. 33. Vt vides in exemplo, 3, 6, 12, 24, &c.) Ne hîc lector frustra distineatur, hæc progreßio huc nõ spectat, quum ab vnitate initium non habeat: quare numerus nono loco ponendus, non est 4608, sed 1536: quod fit manifestum diuidendo 48 per primum numerũ progreßionis, scilicet, 3 productum multiplicando per 96. Id enim est perpetuum in ijs progreßionibus, quæ ab vnitate initium non habent. Talis igitur poterit apponi progreßio,

1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, &c. | *Volo scire nu-*
0 1 2 3 4 5 6 7 | *merum nono lo*

co reponendum, multiplico 243 numerum quinario

supra

ſupraſcriptũ per 81 numerũ quaternario ſupraſcriptũ,proueniunt 19683 numerus nono loco ponendus.

pa.36. Artificij verò magis &c.) Hìc author cõmodioris diſciplinæ gratia tradit primũ & tertiũ numerũ de eadẽ re eſſe debere, Non eſt tamẽ adeò neceſſariũ: nihil enim refert vtrũ primus cũ tertio, an primus cũ ſecundo de eadẽ ſit re, modò diligẽter attẽdamus eandẽ proportionẽ eſſe debere primi ad ſecundũ, quæ tertij ad quartũ nobis ignotũ. Vt ſi formulã ab authore aſſcriptã ſic collocemus, 3,9,20, in idẽ recidet operatio: quæ & directa eſt, & cõformis doctrinæ Euclidis in 19 propoſitione ſeptimi elementorũ, vnde ſumpta eſt hæc regula 3 quantitatũ. Ratio in hoc tota eſt, quòd nihil intereſt, vtrũ tertius per mediũ, aut medius per tertiũ multiplicetur, per 16 eiuſdẽ ſeptimi elementorũ. pag.37. Collocatis numeris ordine præſcripto.) Duo canones ſequẽtes æquè atq; primus certi ſunt, tamẽ diſcẽtibus negotiũ facturi, niſi in priore tertius numerus primũ, & in altero ſecundus exactè primũ cõtineat. Vt in exemplo priore authoris 23,48,69, quoniã 69 continẽt exactè 23, in promptu eſt operatio. Et in altero, 22,66, 106, quia 66 continent 22 præcisè, praxis facilis eſt. Sed in hac poſitione 15,36, 47, vbi primus numerus neq; ſecundũ neq; tertiũ numerat, neutro modo operari poterit qui fractiones nõ didicerit. Prima ergo

tra

t.aditio vna omnium cõmodissima. *pag. 44.* *At; hic Canõ generalis est. Partes ad quãlibet denominationẽ sic reducũtur: Per numeratorẽ reducẽdarũ multiplica denominatorẽ earũ ad quas vis reducere: productũ partire per denominatorẽ reducẽdarũ, prodibit numerator tui denominatoris. Vt, volo reducere* $\frac{2}{3}$ *ad sextas, hoc est, volo scire quot sextas cõtineant duæ tertiæ, multiplica 6 per 2, fiũt 12: quæ partire per 3, fiũt 4, numerator sextarũ. Igitur* $\frac{2}{3}$ *valent* $\frac{4}{6}$. *Itẽ reducẽdæ sunt* $\frac{12}{16}$ *ad quartas, multiplica 12 per 4, fiunt 48: quæ diuide per 16, prodeunt 3, numerator quartarũ. Itaq;* $\frac{12}{16}$ *valẽt* $\frac{3}{4}$. *In reductione maiorũ partiũ ad minores, quoties aliquid reliquum fuerit, id erit pars partis, habebitq; prior fractio denominationẽ in recto casu à maiorũ partium denominatore qui diuisor fuerit: posterior verò in casu obliquo à denominatore minorũ. Vt, volo reducere* $\frac{3}{5}$ *ad septimas: per 3 maiorũ partiũ numeratorẽ multiplica 7 minorũ partiũ denominatorẽ, fiũt 21, quæ diuide per 5 maiorũ partiũ denominatorẽ. proueniũt* $\frac{4}{7}$ *et* $\frac{1}{5}\frac{1}{7}$. *hoc est quatuor septimæ & vna quinta vnius septimæ. Itidẽ in reductione minorũ partiũ ad maiores, fragmentũ fragmẽti sumet denominationẽ in casu recto à minoris fragmẽti denominatore, per quem fit diuisio: alterũ verò in obliquo à denominatore maioris. Vt si* $\frac{7}{8}$ *ad quintas*

redu

reducere velis, duc 7 in 5, fiũt 35: hæc diuide per 8, prodeũt $\frac{4}{5}$ & $\frac{3}{8\,5}$, hoc est quatuor quintæ cũ tribus octauis vnius quintæ. pa. 46. Diuisio. Multiplica numeratorẽ diuidẽdi &c.) Vt cõmodius & facilius opereris in diuisione partiũ, mutãdus est numerator diuisoris in denominatorẽ, deinde eodem modo operandũ vt in multiplicatione. Vt si diuidatur $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$, sic stabit exẽplũ $\frac{2\ 4}{3\ 5}$: duc 2 in 5, fiũt 10, numerator: pòst, 4 per 3, fiũt 12, denominator: diuisis ergo $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$, proueniũt $\frac{10}{12}$. pag. 46. Si denominatores sunt similes, diuide numeratorẽ diuidendi per alterũ.) Hoc est, ex numeratore diuidẽdi fac numeratorẽ, ex numeratore diuidẽtis fac denominatorẽ. Vt si diuidẽdæ sunt $\frac{4}{12}$ per $\frac{2}{12}$, diuide 4 per duo, hoc pacto $\frac{4}{2}$. pag. 49. Veluti si modius tritici &c. Hæc positio nõ cõuenit authoris proposito, sed oportuit magis precium modij ponere in fine quæstionis, hoc pacto: si modius tritici væneat 8 grossis, tũ pẽdet panis vnius grossi 6 libris quantũ deprimet panis eiusdẽ precij dum eadẽ mensura tritici valebit 12 grossos? Nã in hac positione quãto pluris vænibit triticum, tãto plus deprimet panis, manẽte eodẽ precio ipsius. Si enim sic statuamus 8, 6, 12, multiplicatis 8 per 6, fiũt 48: quibus diuisis per 12, fiũt 4 libræ, quibus pẽdebit panis. Vel sic quærẽdum fuit, Si modius tritici valeat 8 grossos, tũ pẽdet panis vnius grossi 6 libris,

quãto

quãto pluris pendebit panis eiusdẽ precij dũ eadem mẽsura tritici vænit tantũ sex grossis? Hîc quanto minoris vænit triticũ, tãto pluris pendebit panis. Sic igitur stabit formula, 8, 6, 6, multiplica primum per mediũ, fiũt 48: quæ diuide per vltimũ, exeunt 8 libræ: tãti pẽdebit panis vnius grossi. pa. 52. Dic equi septẽ dãt etc.) Hæc etiã positio obliquè explicatur, quæ sic restitui potest. Dic, 7 equi edũt 12 mẽsuras, auenæ, quot edẽt 14? fiũt 24: rursus 20 dies dant 24 mẽsuras, quot dabũt 15 dies? fiunt 18. Sicq; nõ habet locũ euersio regulæ: quæ vt locum habeat, sic potest fieri quæstio: Equi 7 edũt 12 mẽsuras auenæ 20 diebus, quot diebus 14 equi edẽt 15 mẽsuras? Dic ergo, 7 equi dãt 20 dies, quot dies dant 14 equi? multiplica primũ per secundũ, fiunt 140: hæc diuide per tertiũ, fiunt 10. Rursus 12 mẽsuræ dãt 10 dies, quot dãt 15 mẽsuræ? Vtere directa operãdi forma, proueniũt 12 $\frac{1}{2}$ dies. pa. 58. Dic, 19 diuidet 3600 &c.) Possumus etiã testatoris mentẽ sic interpretari, vt mater, filius & filia semissem & tertiam partẽ duntaxat bonorum inter se diuidant, quæ simul additæ efficient 3000 aureos. Dic ergo, 19 diuidit 3000, quantum accipiet 4, quantum 6, & quantum 9? habebit filia 631 $\frac{11}{19}$, mater 947 $\frac{7}{19}$, filius verò 1421 $\frac{1}{19}$: Restabunt autem ex tota hæreditate 600 aurei inter cæteros hæredes, siqui sint, diuidendi.

pa.

pa.58. Is numerus est quem quærimus.) Numerũ minimũ qui quascunq; partes denominantes contineat, sic reperies: Multiplica primũ denominatorẽ in secundũ, qui si inuicẽ primi fuerint, hoc est, si nullum numerũ cõmunem habeant qui ipsos numeret præter vnitatẽ, numerus ex multiplicatione productus erit minimè qui ipsos denominatores cõtineat. Si verò alius præter vnitatẽ numerus ipsos numeret, ex vtroq; elice numerũ proportionis minimum per doctrinã ab authore traditam in Canone reductionũ: ac vide quoties hic numerus in vtroq; denominatorũ habeatur: quotiẽtes, vt vocãt, subnota, ac per horũ minorẽ multiplica maiorẽ denominatorẽ, aut per maiorẽ multiplica minorẽ denominatorem in modũ crucis obliquæ, quã D. Andreæ vocãt: proueniet numerus minimus ipsos denominatores continens. Deinde productũ numerũ confer eodẽ modo cũ denominatore sequenti, ex vtroq; elice numerũ proportione minimũ: per minorem quotientẽ multiplica maiorem numerũ, aut minorẽ per maiorem, quod idẽ est: productũ erit quæsitũ: sicq; cõtinuandũ vsq; ad vltimũ denominatorẽ: numerus vltimò repertus, erit minimus qui omnes has partes denominãtes cõplectatur. Exẽplũ. Quærendus est numerus minimus qui $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{6}$ cõtineat. Multiplica primũ denominationem, 2 scilicet in secũdum denomina

denominatorẽ,3,fiunt 6.Et quia 2 & 3 sunt inuicẽ primi,6 erit minimus numerus qui $\frac{1}{2}$ *&* $\frac{1}{3}$ *cõtineat. Posteà confer numerũ productũ, nempe 6, cum tertio denominatore 4, & quia in vtroque binarius est proportione minimus,in 4 bis, in 6 ter contentus,multiplica 6 per 2,vel 4 per 3, exurgunt 12 numerus minimus.qui* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ *&* $\frac{1}{4}$ *cõtineat.Posteà cõfer 12 cũ quarto denominatore, 5 scilicet. Et quia sunt contra se primi, numerus ex ipsorũ inuicẽ multiplicatione cõsurgens,vtpote 60,erit numerus minimus,qui* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, *&* $\frac{1}{5}$ *cõplectatur.Demũ confer 60 cũ 6 quinto denominatore:& quoniam senarius cõtinet vnitatem sexies, 60 toties denariũ,multiplica 6 denominatorem per 10,vel 60 per 1,manent ipsa 60,numerus quæsitus,nẽpe minimus qui* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, *&* $\frac{1}{6}$ *comprehendat:hoc est,infra hunc numerũ non reperietur alius qui ab omnibus ijs denominatoribus exactè diuidi possit. Item Volo minimum numerum ab his numeris 4,10,16 numeratũ:Numerus proportione minimus inter 4 & 10 est 2, in 4 bis,in 10 quinquies cõtẽtus:multiplico 4 per 5,aut 10 per 2,fiunt 20.Rursus 4 in 20, sunt quinquies,in 16 quater:per 4 multiplico 80,aut 16 per 5,fiunt 20,numerus minimus qui hos tres numeros 4,10,16 exactè contineat.*

pag. 63. *Sic restituenda hæc formula.*

8	2
9	*differentiæ*
11	1

3

Summa. 3 *dant* 1, *quantum* 2? *fit* $\frac{2}{3}$ / 1? $\frac{1}{3}$

Dic ergo, 3 *dãt vnã amphorã, quãtũ* 2? *proueniunt* $\frac{2}{3}$ *prioris amphoræ valẽtis* 8 *grossos, quæ efficiũt* 5 *grossos cũ* $\frac{2}{6}$ *vnius grossi. Rursus*, 3 *dãt vnã amphorã, quantũ* 1? *facit* $\frac{1}{3}$ *alterius amphoræ valẽtis* 11 *grossos: hæc tertia valet* 2 *grossos cum* $\frac{4}{6}$ *vnius grossi, quæ summa iũcta cũ priori, nẽpe* 5 $\frac{2}{6}$, *faciet* 9 *grossos, quod erat inuestigãdũ. fuit itaq; hæc formula obliquè posita in prioribus exemplaribus. fo.33. In prioribus exẽplaribus sic fuit formula,*

Summa. 7 *facit* $\frac{5}{7}$ / $\frac{2}{7}$ *quæ sic restitui debet,*

Summa. 7 *dant* 1, *quantum* 5? $\frac{5}{7}$ *facit* 2? $\frac{2}{7}$

pag.66. Iã dic.2 libræ primi argẽti opus habẽt 5 *libris* 2, *&c.) Est enim eadẽ proportio* $\frac{2}{7}$ *primi argẽti ad* $\frac{5}{7}$ *secũdi, quæ est duarũ librarũ eiusdẽ primi ad quinq; libras secũdi: idẽq; est ac si diceres,* $\frac{2}{7}$ *pri*

$\frac{2}{7}$ primi opus habēt $\frac{5}{7}$ ſecundi, quantum deſiderāt $\frac{22}{1}$? Sed operatio per integra facilior. pag. 66. Examen huius regulæ eſt, &c.) Vt in vltimo exemplo, numerus ſecundi argēti inuentus eſt $\frac{5}{7}$ per hūc multiplica $\frac{24}{1}$, quæ ſignificāt preciū ipſius ſecūdi argēti, fiunt $\frac{120}{7}$. Rurſus numerus primi argenti, inuentus eſt $\frac{2}{7}$: per hūc multiplica, $\frac{17}{1}$ quæ ſignificant precium primi argenti, proueniunt $\frac{34}{7}$. Adde ergo $\frac{120}{7}$ cum $\frac{34}{7}$, fiunt $\frac{154}{7}$ hoc eſt, 22 integra, quæ eſt ſumma primùm cōſtituta. pag. 75. Cùm tamen & per eandem fieri poſsit.) Per regulā falſi poteſt talis conſtitui figura.

Hyp. 24 ╲╱ 4

Hyp. 28 ╱╲ $1\frac{1}{3}$

Multiplica 24 per $1\frac{1}{3}$, proueniunt 32. Item 28 per 4, fiūt 112, à quibus aufer 32 (errores enim ſunt ſimiles) reſtāt 80: ſimiliter aufer $1\frac{1}{3}$ à 4, manent $2\frac{2}{3}$, per hæc diuide 80, proueniūt 30, ſicut & per regulam proportionum. pag. 86. Dupla radicem inuentam, dein vnitatem adiјce.) Vnitatem, non quæ notarum numerum, ſed tantum primam notam augeat. Exemplum, Volo radicem huius numeri 1939. Ea eſt 44: & quia ſuperſunt 3, duplo radicem, fiunt 88: his addo 1, fiūt 89: quibus ſupraſcribo ternarium qui reliquus erat. dico ergo radicem 1939 eſſe 44 $\frac{3}{89}$ præcisè.

facere, sed tibi 2 seruabis. deinde iube illum abijcere 9, quoties potest ex vltimo suo numero, tu verò toties 4 numerabis, ac deinde adijcies si quid seruaueris. Vt, cogitauerit quispiam 7, id si triplet, erunt 21, quæ non possunt mediari, igitur adijciat 1, fiunt 22, ea mediet, sunt 11, tu verò retine 1, deinde iube vt rursus triplet 11, fiunt 33, ea rursus mediari non possunt, nisi vnitate adiecta, ita erunt 34, quorum dimidium 17 valet, tu verò 2 hic collige: iam iube illum abijcere 9, quoties potest: verùm quoniam tantùm semel id licet, 4 colliges, de reliquo nihil inquires, sed pro eo 3 tibi seruaueras, quæ cum 4 addita, 7 faciunt.

SI tres diuersæ res abscondantur à tribus diuersis personis, tu verò per Arithmeticam tanquam diuinus vates vnicuique dicere velis quam absconderit rem, ita agito. Sint tres res a, b, c, animo tuo signatæ, personæ verò ordine animo tuo hæreant, primus, secundus, tertius: tum priusquā res abscondāt, pone in medium 24 proiectiles, ex his da primo 1 in manu, secundo 2. tertio 3: deinde colloca tres res ordine, & præcipe illis, vt vbi abieris, tum singuli vnam ex his rebus quamcunqne velint abscondat, sed ea lege, vt qui absconderit a, capiat ex 18 proiectilibus relictis,

adhuc

adhuc tot proiectiles quot habet is ipse in manu. Qui verò b absconderit, duplum capiat: qui tandem c, quadruplum. Reliquum verò in mensa aut loco aperto relinquant. Hinc tribus rebus & personis per ordinem memoriæ infixis, secedas, quousque res absconderint, ac rationem inierint. Tum reuersus, inspice residuos in tabula proiectiles, qui perpetuò aut est 1, aut 2, aut 3, aut 5, aut 6, aut 7. Si igitur vnus tantum fuerit, tum primus abscondit a, secundus b, tertius c. Si duo, tum primus abscondit b, secundus a, tertius c. Reliquos ex Tabella annexa intelliges modos.

Residui proiectiles.	Personæ.	Res.	Residui proiectiles.	Personæ.	Res.
	1	a		1	b
1	2	b	5	2	c
	3	c		3	a
	1	b		1	c
2	2	a	6	2	a
	3	c		3	b
	1	a		1	c
3	2	c	7	2	b
	3	b		3	a

IACOBVS PELETARIVS LECTORI.

Qvum viderem Gemmæ Frisij Praxim Arithmeticam facili compendio ac luculenta methodo conscriptam, sed (vt est ars ipsa offendiculis obnoxia) supra modum mendosam versari in manibus iuuenum: id negotij suscepi, vt quæ securitate ingenij, vt videbatur, ac celeritate calculi exciderāt, maximè verò quæ à Typographorum incuria profecta essent, ea recognoscerem ac restituerem. Quæ quidem commemoratio eò nō spectat, vt ex re tā exigua laudis quicquam captare velim: immo sic statuo, authorem ipsum suo quodā iure id à me postulare, qui eius librum pro præceptore habuerim. Atque eam ob causam quò magis officio meo satisfacerem, quò etiam Arithmeticæ candidatos aliqua ex parte iuuarem, addidi Annotationes in locos aliquot qui discentibus negotium facturi ob Laconismū videbantur: insuper de Fractionibus Astronomicis Compendium: itémque nonnulla ad Calendarij rationem pertinentia. Quæ omnia sic à nobis accipies, amice Lector, vt speres nos aliquando solidius al quid daturos. Vale. Lutetiæ quarto Idus Februarij, Anno à Christo nato, 1545.

pag.6.

pag.6.Elementa sunt decem.) Nouenarius igitur non est vltimus simplicium numerorũ,sed denarius quãuis huic proprius character non sit assignatus. Estq; admiratione dignũ,quòd supra denariũ numeri in seipsos recurrant, neq; vlla alia ratio numerorum excogitari potuerit,quàm ex nouẽ primis elemẽtis & ipso denario cõposita. pa.7.A Chaldæis.) Alij tribuũt Phœnicibus,qui ob cõmodiorem negotiationis,quã præcipuè exercebant,vsum,numerorũ practicã excogitarunt, quæ posteà per manus tradita in scientiam redacta est. Aegyptijs tribuitur Geometriæ inuẽtio. Diuidẽdi enim fuerunt agrorũ limites,quos Nili inundationes cõfundebant: Chaldæis Astrologia,qui & ipsi peculiari nomine Genethliaci & Mathematici dicti sunt. pa.10. Partiuntur etiam authores.) Habet & numerus Par tres species,Pariter parẽ, qui vsq; ad vnitatẽ continuè diuidi potest in æquas partes,vt 32 in 16, deinde in 8,pòst in 4,tandẽ in 2,vsq; ad 1: Pariter imparem,qui vnã tantũ admittit sectionẽ æqualẽ, vt 2, 6,10: Sic impariter parẽ,qui plures admittit diuisiones,sed non vsq; ad vnitatẽ, vt 20,36,48,&c. Est igitur particeps duorũ priorũ,pariter paris, & pariter imparis. pa.10.Possũtq; plures aliæ diuisiones numerorum fieri.) Numerus perfectus dicitur qui integrè constat ex aggregato omnium numerorum

qui ipsum numerãt, veluti 6, qui numeratur à 3,2,1, qui iuncti faciũt 6. Et numerus perfectus semper in 6 vel in 8 terminatur. Intra primũ denarium 6 solus est perfectus: intra secundũ denarium, hoc est à 10 vsq; ad 100, solus 28 est perfectus: à 100 ad 1000 solus 496: à 1000 ad 10000, 8128: & in summa vnicus reperitur numerus perfectus in quolibet decuplo augmento. Huic numero opponitur Diminutus, cuius partes numerantes ipsum non integrant. Veluti, 10 numeratur à 5,2,1, qui iuncti tantùm octo efficiunt. Est & numerus abundans, qui à suis numerãtibus superatur: vt, 12, numeratur à 6,4,3,2,1, quorũ aggregatum reddit 16. Numerus primus est quem vnitas sola metitur. Numeri contra se primi dicuntur, qui nullũ habent numerum cõmunem qui ipsos diuidat, vt 5, & 7, & 9 & 11, & similes. De Quadratis & Cubis dicet author suo loco. pag. 12. Collige omnes numeros.) Ea est proprietas nouenario numero, quòd ipse mensurat æquali excessu notas collectas simplici valore æstimatas, & numerũ significatum per illas ordine recto & præpostero. Vt in 84 & 48, 8 & 4 faciunt 12, à quibus ablatis 9, supersunt 3: 9 ergo numerant 84 & 48, hunc ter, illum nouies, & restant vtrinque 3. Circuli, hoc est ciphræ nõ mutant superfluum eius. Hic itaq; numerus 45630, est diuisibilis per 9 præcisè: continet enim

9,5070,

9,5070,hoc eſt quinquies millies ſeptuagies. pa.17. Scribe digitum vnum ſupra alterum &c.) *Alia item ratione poteris digitorũ in digitos multiplicationem expedire : ſcilicet vt maioris digiti diſtantiam à 10 accipias , poſtea minorem digitum à ſuo denario, quem denominat , toties auferas quot in numero diſtantiæ ſunt vnitates : Vt octies nouem, aufer à 9 vnitatem qua diſtat à 10, & ab 80 qui eſt denarius ab 8 denominatus,aufer ſemel octo,reſtant 72, numerus ex vtriuſq; inuicem multiplicatione conſurgens.Item ſepties octo, aufer diſtãtiam 8 à 10,quæ eſt 2:deinde à 70 , qui eſt denarius à 7 denominatus,aufer bis ſeptem,ſuperſunt 56,numerus ex multiplicatione 8 in 7 conſurgens.* pag.33.Vt vides in exemplo, 3,6, 12, 24, &c.) *Ne hîc lector fruſtra diſtineatur,hæc progreßio huc nõ ſpectat, quum ab vnitate initium non habeat:quare numerus nono loco ponendus, non eſt 4608,ſed 1536:quod fit manifeſtum diuidendo 48 per primum numerũ progreßionis , ſcilicet , 3 productum multiplicando per 96. Id enim eſt perpetuum in ijs progreßionibus, quæ ab vnitate initium non habent. Talis igitur poterit apponi progreßio,*

1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, &c. | *Volo ſcire nu-*
0 [illegible] 2 3 4 5 6 7 | *merum nono lo-*
co reponendum, multiplico 243 numerum quinario

ſupra

ſupraſcriptũ per 81 numerũ quaternario ſupraſcriptũ,proueniunt 19683 numerus nono loco ponendus.

pa.36.Artificij verò magis &c.)Hic author cõmodioris diſciplinæ gratia tradit primũ & tertiũ numerũ de eadẽ re eſſe debere,Non eſt tamẽ adeò neceſſariũ:nihil enim refert vtrũ primus cũ tertio, an primus cũ ſecundo de eadẽ ſit re,modò diligẽter attẽdamus eandẽ proportionẽ eſſe debere primi ad ſecundũ,quæ tertij ad quartũ nobis ignotũ.Vt ſi formulã ab authore aſſcriptã ſic collocemus, 3,9,20, in idẽ recidet operatio: quæ & directa eſt, & cõformis doctrinæ Euclidis in 19 propoſitione ſeptimi elementorũ,vnde ſumpta eſt hæc regula 3 quantitatũ. Ratio in hoc tota eſt,quòd nihil intereſt,vtrũ tertius per mediũ,aut medius per tertiũ multiplicetur,per 16 eiuſdẽ ſeptimi elementorũ. pag.37.Collocatis numeris ordine præſcripto.) Duo canones ſequẽtes æquè atq; primus certi ſunt,tamẽ diſcẽtibus negotiũ facturi,niſi in priore tertius numerus primũ,& in altero ſecundus exactè primũ cõtineat.Vt in exemplo priore authoris 23,48,69,quoniã 69 continẽt exactè 23,in promptu eſt operatio. Et in altero,22,66, 106,quia 66 continent 22 præcisè, praxis facilis eſt. Sed in hac poſitione 15,36, 47, vbi primus numerus neq; ſecundũ neq; tertiũ numerat,neutro modo operari poterit qui fractiones nõ didicerit.Prima ergo

tra

traditio una omnium cõmodissima. *pag. 44.* *At hic Canõ generalis est. Partes ad quãlibet denominationẽ sic reducũtur: Per numeratorẽ reducẽdarũ multiplica denominatorẽ earũ ad quas vis reducere: productũ partire per denominatorẽ reducẽdarũ, prodibit numerator tui denominatoris. Vt, volo reducere* $\frac{2}{3}$ *ad sextas, hoc est, volo scire quot sextas cõtineant duæ tertiæ, multiplica 6 per 2, fiũt 12: quæ partire per 3, fiũt 4, numerator sextarũ. igitur* $\frac{2}{3}$ *valent* $\frac{4}{6}$. *Itẽ reducẽdæ sunt* $\frac{12}{16}$ *ad quartas, multiplica 12 per 4, fiunt 48: quæ diuide per 16, prodeunt 3, numerator quartarũ. Itaq;* $\frac{12}{16}$ *valẽt* $\frac{3}{4}$. *In reductione maiorũ partiũ ad minores, quoties aliquid reliquum fuerit, id erit pars partis, habebitq; prior fractio denominationẽ in recto casu à maiorũ partium denominatore qui diuisor fuerit: posterior verò in casu obliquo à denominatore minorũ. Vt, volo reducere* $\frac{3}{5}$ *ad septimas: per 3 maiorũ partiũ numeratorẽ multiplica 7 minorũ partiũ denominatorẽ, fiũt 21, quæ diuide per 5 maiorũ partiũ denominatorẽ, proueniũt* $\frac{4}{7}$ *et* $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$. *hoc est quatuor septimæ & vna quinta vnius septimæ. Itidẽ in reductione minorũ partiũ ad maiores, fragmentũ fragmẽti sumet denominationẽ in casu recto à minoris fragmẽti denominatore, per quem fit diuisio: alterũ verò in obliquo à denominatore maioris. Vt si* $\frac{4}{7}$ *ad quintas*

redu

reducere velis, duc 7 in 5, fiũt 35: hæc diuide per 8, prodeũt $\frac{4}{5}$ & $\frac{3\ 1}{8\ 5}$, hoc est quatuor quintæ cũ tribus octauis vnius quintæ. pa. 46. Diuisio. Multiplica numeratorẽ diuidẽdi &c.) Vt cõmodius & facilius opereris in diuisione partiũ, mutãdus est numerator diuisoris in denominatorẽ, deinde eodem modo operandũ vt in multiplicatione. Vt si diuidatur $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$, sic stabit exẽplũ $\frac{2\ 4}{3\ 5}$: duc 2 in 5, fiũt 10, numerator: pòst, 4 per 3, fiũt 12, denominator: diuisis ergo $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$, proueniũt $\frac{10}{12}$. pag. 46. Si denominatores sunt similes, diuide numeratorẽ diuidendi per alterũ.) Hoc est, ex numeratore diuidẽdi fac numeratorẽ, ex numeratore diuidẽtis fac denominatorẽ. Vt si diuidẽdæ sunt $\frac{4}{12}$ per $\frac{2}{12}$, diuide 4 per duo, hoc pacto $\frac{4}{2}$. pag. 49. Veluti si modius tritici &c. Hæc positio nõ cõuenit authoris proposito, sed oportuit maius precium modij ponere in fine quæstionis, hoc pacto: si modius tritici væneat 8 grossis, tũ pẽdet panis vnius grossi 6 libris quantũ deprimet panis eiusdẽ precij dum eadẽ mensura tritici valebit 12 grossos? Nã in hac positione quãto pluris vænibit triticum, tãto plus deprimet panis, manẽte eodẽ precio ipsius. Si enim sic statuamus 8, 6, 12, multiplicatis 8 per 6, fiũt 48: quibus diuisis per 12, fiũt 4 libræ, quibus pẽdebit panis. Vel sic quærẽdum fuit, Si modius tritici valeat 8 grossos, tũ pẽdet panis vnius grossi 6 libris,

quãto

quāto pluris pendebit panis eiusdē precij dū eadem mēsura tritici vænit tantū sex grossis? Hîc quanto minoris vænit triticū, tāto pluris pendebit panis. Sic igitur stabit formula, 8, 6, 6, multiplica primum per mediū, fiūt 48: quæ diuide per vltimū, exeunt 8 libræ: tāti pēdebit panis vnius grossi. pa. 52. Dic equi septē dāt etc.) Hæc etiā positio obliquè explicatur, quæ sic restitui potest. Dic, 7 equi edūt 12 mēsuras, auenæ, quot edēt 14? fiūt 24: rursus 20 dies dant 24 mēsuras, quot dabūt 15 dies? fiunt 18. Sicq; nō habet locū euersio regulæ: quæ vt locum habeat, sic potest fieri quæstio: Equi 7 edūt 12 mēsuras auenæ 20 diebus, quot diebus 14 equi edēt 15 mēsuras? Dic ergo, 7 equi dāt 20 dies, quot dies dant 14 equi? multiplica primū per secundū, fiunt 140: hæc diuide per tertiū, fiunt 10. Rursus 12 mēsuræ dāt 10 dies, quot dāt 15 mēsuræ? Vtere directa operādi forma, proueniūt 12 $\frac{1}{2}$ dies. pa. 58. Dic, 19 diuidet 3600 &c.) Possumus etiā testatoris mentē sic interpretari, vt mater, filius & filia semissem & tertiam partē duntaxat bonorum inter se diuidant, quæ simul additæ efficient 3000 aureos. Dic ergo, 19 diuidit 3000, quantum accipiet 4, quantum 6, & quantum 9? habebit filia 631 $\frac{10}{19}$, mater 947 $\frac{7}{19}$, filius verò 1421 $\frac{1}{19}$: Restabunt autem ex tota hæreditate 600 aurei inter cæteros hæredes, siqui sint, diuidendi.

pa.

pa.58. Is numerus est quem quærimus.) Numerũ minimũ qui quascunq; partes denominantes contineat, sic reperies: Multiplica primũ denominatorẽ in secundũ, qui si inuicẽ primi fuerint, hoc est, si nullum numerũ cõmunem habeant qui ipsos numeret præter vnitatẽ, numerus ex multiplicatione productus erit minimè qui ipsos denominatores cõtineat. Si verò alius præter vnitatẽ numerus ipsos numeret, ex vtroq; elice numerũ proportionis minimum per doctrinã ab authore traditam in Canone reductionũ: ac vide quoties hic numerus in vtroq; denominatorũ habeatur: quotiẽtes, vt vocãt, subnota, ac per horũ minorẽ multiplica maiorẽ denominatorẽ, aut per maiorẽ multiplica minorẽ denominatorem in modũ crucis obliquæ, quã D. Andreæ vocãt: proueniet numerus minimus ipsos denominatores continens. Deinde productũ numerũ confer eodẽ modo cũ denominatore sequenti, ex vtroq; elice numerũ proportione minimũ: per minorem quotientẽ multiplica maiorem numerũ, aut minorẽ per maiorem, quod idẽ est: productũ erit quæsitũ: sicq; cõtinuandũ vsq; ad vltimũ denominatorẽ: numerus vltimò repertus, erit minimus qui omnes has partes denominãtes cõplectatur. Exẽplũ. Quærendus est numerus minimus qui $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{6}$ cõtineat. Multiplica primũ denominationem, 2 scilicet in secũdum

denomina

denominatorẽ,3,fiunt 6.Et quia 2 & 3 sunt inuicẽ primi,6 erit minimus numerus qui $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ cõtineat. Posteà confer numerũ productũ, nempe 6, cum tertio denominatore 4, & quia in vtroque binarius est proportione minimus,in 4 bis, in 6 ter contentus,multiplica 6 per 2,vel 4 per 3, exurgunt 12 numerus minimus.qui $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ cõtineat.Posteà cõfer 12 cũ quarto denominatore, 5 scilicet. Et quia sunt contra se primi, numerus ex ipsorũ inuicẽ multiplicatione cõsurgens,vtpote 60,erit numerus minimus,qui $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{}{4}$, & $\frac{1}{5}$ cõplectatur.Demũ confer 60 cũ 6 quinto denominatore:& quoniam senarius cõtinet vnitatem sexies, 60 toties denariũ,multiplica 6 denominatorem per 10,vel 60 per 1,manent ipsa 60,numerus quæsitus,nẽpe minimus qui $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{6}$ comprehendat:hoc est,infra hunc numerũ non reperietur alius qui ab omnibus ijs denominatoribus exactè diuidi possit. Item Volo minimum numerum ab his numeris 4,10,16 numeratũ:Numerus proportione minimus inter 4 & 10 est 2, in 4 bis,in 10 quinquies contẽtus:multiplico 4 per 5,aut 10 per 2,fiunt 20.Rursus 4 in 20, sunt quinquies,in 16 quater:per 4 multiplico 80,aut 16 per 5,fiunt 20,numerus minimus qui hos tres numeros 4,10,16 exactè contineat.

pag. 63. *Sic restituenda hæc formula.*

	8	2
9		*differentiæ*
	11	1
		3

	2?	$\frac{2}{3}$
Summa. 3 *dant* 1,*quantum*	*fit*	
	1?	$\frac{1}{3}$

*Dic ergo,*3 *dāt vnā amphorā,quātū* 2?*proueniunt* $\frac{2}{3}$ *prioris amphoræ valētis* 8 *grossos,quæ efficiūt* 5 *grossos cū* $\frac{1}{6}$ *vnius grossi.Rursus,*3 *dāt vnā amphorā,quantū* 1?*facit* $\frac{1}{3}$ *alterius amphoræ valētis* 11 *grossos:hæc tertia valet* 2 *grossos cum* $\frac{4}{6}$ *vnius grossi,quæ summa iūcta cū priori,nēpe* 5 $\frac{1}{6}$,*faciet* 9 *grossos,quod erat inuestigādū. fuit itaq; hæc formula obliquè posita in prioribus exemplaribus. fo.*33.*In prioribus exēplaribus sic fuit formula,*

	$\frac{5}{7}$	
Summa. 7 *facit*		*quæ sic restitui debet,*
	$\frac{2}{7}$	

	5?	$\frac{5}{7}$
Summa. 7 *dant* 1,*quantum*	*facit*	
	2?	$\frac{2}{7}$

*pag.*66. *Iā dic.*2 *libræ primi argēti opus habēt* 5 *libris* 2,*&c.*)*Est enim eadē proportio* $\frac{2}{7}$ *primi argēti ad* $\frac{5}{7}$ *secūdi,quæ est duarū librarū eiusdē primi ad quinq; libras secūdi:idēq; est ac si diceres,* $\frac{2}{7}$ *pri*

$\frac{2}{7}$ primi opus habēt $\frac{5}{7}$ secundi, quantum desiderāt $\frac{22}{1}$? Sed operatio per integra facilior. pag. 66. Examen huius regulæ est, &c.) Vt in vltimo exemplo, numerus secundi argēti inuentus est $\frac{5}{7}$ per hūc multiplica $\frac{24}{1}$, quæ significāt preciū ipsius secūdi argēti, fiunt $\frac{120}{7}$. Rursus numerus primi argenti, inuentus est $\frac{2}{7}$, per hūc multiplica, $\frac{17}{1}$ quæ significant precium primi argenti, proueniunt $\frac{34}{7}$. Adde ergo $\frac{120}{7}$ cum $\frac{34}{7}$, fiunt $\frac{154}{7}$ hoc est, 22 integra, quæ est summa primùm cōstituta. pag. 75. Cùm tamen & per eandem fieri poßit.) Per regulā falsi potest talis constitui figura.

Hyp. 24 ╲ ╱ 4

Hyp. 28 ╱ ╲ 1 $\frac{1}{3}$

Multiplica 24 per 1 $\frac{1}{3}$, proueniunt 32. Item 28 per 4, fiūt 112, à quibus aufer 32 (errores enim sunt similes) restāt 80: similiter aufer 1 $\frac{1}{3}$ à 4, manent 2 $\frac{2}{3}$, per hæc diuide 80, proueniūt 30, sicut & per regulam proportionum. pag. 86. Dupla radicem inuentam, dein vnitatem adÿce.) Vnitatem, non quæ notarum numerum, sed tantum primam notam augeat. Exemplum, Volo radicem huius numeri 1939. Ea est 44: & quia supersunt 3, duplo radicem, fiunt 88: his addo 1, fiūt 89: quibus suprascribo ternarium qui reliquus erat. dico ergo radicem 1939 esse 44 $\frac{3}{19}$ præcisè.

DE FRACTIONIBVS ASTRONOMICIS compendium: Ac primò de earum vſu, ſerie ac denominatione.

FRactiones Aſtronomicæ, quas vulgò Phyſicas vocãt, ad motus cœleſtes ſeu circulares ſupputãdos potiſſimum ſpectãt. Circulus 12 ſignis cõſtat. Signũ 30 gradibus, Gradus 60 minutis, Minutũ 60 ſecũdis, Secundũ 60 tertijs, Tertiũ 60 quartis: & ſic cõtinuè pergẽdo per ſexagenariũ decremẽtum quoad placuerit: etſi hãc progeſſionẽ vix aut nũquã vſq; ad decima ſupputationũ vſus admittat. Quẽadmodũ in vulgarib. calculis, præcipuè attẽditur denarius numerus, ſic in fractionib. Aſtronomicis ſexagenarius, vtpote oĩm numerorũ qui intra cẽtum ſunt, aptiſſimus ad diuiſionẽ recipiẽdã. Habet enim partes duas, tres, quatuor, quinq;, ſex, decẽ, duodecim, quindecim, viginti, triginta. Vnde quãuis ſignacõmunia 30 tãtum gradibus cõſtent, tamẽ ad cõmodiorẽ motuũ & tabularũ ſupputationẽ, Aſtronomi ex duobus ſignis cõmunibus vnũ maius Signum efficiunt, ſicut Signũ 60 gradus cõtineat, & totus circulus 6 duntaxat Signis cõpleatur: 60 ſigna vnum Secundum maius efficiunt: 60 Secunda vnum Tertiũ: 60 Tertia vnum Quartum: & ſic ſeriatim ac ſurſum eundo per continuum augmentum ſexagenarij numeri. Sed huiuſmodi cõſecutiones quæ ſigna trãſcendunt quæq; impro-

pri-

priè fractiones nuncupantur, rariſsimè cadunt in vſum. Itaq; ſigna cõmunia in maiora eõuertenda ſunt priuſquã Additionẽ, Subtractionem, & reliquas operationes Aſtronomicas aggrediare. Scio aliorum rationẽ eſſe diuerſam in ſtatuendis deno minatoribus maiorum fractionũ, qui huic ſpeciei quã nos hîc Secundorum nomine appellamus, Primorum denominationẽ tribuunt: & quæ Tertia dicimus, Secunda vocant. Nos verò par eſſe duximus gradus in medio collocari, quorum denominatio per 0 ſignificatur: minutorũ per 1, ſecundorũ per 2 &c. Sic Signorũ denominationẽ voluimus per 1 repræſentari, deinde proximè maioris fractionis per $\bar{\bar{2}}$. proximè itẽ maioris per $\bar{\bar{3}}$, &c. quaſi ſic ſtet formulæ ſeries. $\bar{\bar{4}}, \bar{\bar{3}}, \bar{\bar{2}}, 1, 0, 1, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$, &c. Hoc eſt, Quarta (ſcilicet maiora) Tertia, Secũda Signa, Gradus, Minuta, Secunda, Tertia, Quarta. Nemo igitur eo nomine offendi debet, quum diſci plinæ ipſius norma nullo pacto peruertatur: quin etiã canones Multiplicationis & diuiſionis hac ra tione longè faciliores ac generaliores redduntur. Sicut in fractionibus vulgaribus duo ſunt numeri, nẽpe numerator & denominator, ita & in Aſtronomicis: Sed vſus inualuit vt hîc numerator inferiori, denominator ſuperiori parte ponatur, contrà quàm in fractionibus vulgaribus.

Quoniã fractiones Astronomicæ aliæ ex aliis cõstantur & dependent, fit vt vna quæpiã minor denominatio sine aliarũ præcedentiũ annotatione non ponatur. Vt si 12 minuta & 20 secunda velim designare, ea sic exprimam. S. 0. g. 0. m. 12. 2. 20. Item 3 signa cum 25 minutis. S. 3. g. 0. m. 25.

Additio.

1 Sicut in additione integrorum simplices notæ simplicibus, denæ denis, ac centenæ centenis directè subscribũtur: ita in additione fractionũ Astronomicarum signa signis, gradus gradibus, minuta minutis: & in summa quælibet fractio, sui generis fractioni subiici debet.

2 Cuiuscũq; generis fractio nõ excedit 59: quoties enim 60 attingit, ad anteriorẽ ordinem pertinet. Vt, nõ rectè annotabis. 25 gradus cum 76 minutis: sed 26 gradus cum 16 minutis. Praxis.

3 Signa cõmunia ad signa maiora reducito, vt monuimus: deinde quodlibet genus fractiõis suo loco disponito, sic vt eadẽ denominatio eidẽ denominationi supposita sit. Et initiũ faciẽs à dextro & vltimo loco, adde inuicẽ quascũq; sub eodẽ titulo repereris, eásq; sub trãsuersa linea reponito quẽadmodũ in integrorũ additiõe fieri solet, & sub proprio titulo: sicq; per ordinẽ singulorũ locorũ seu titulorum numeros simul addere non desines, donec

omnes

omnes ad vltimũ absolueris. Exẽpli gratia, Addenda sunt signa cõmunia 2, gradus 16, minuta 25, secunda 17, tertia 21, quarta 27 cum signis 4, gradibus 20, minutis 18, secundis 22, tertijs 30, & quartis 12. Reductis duobus signis ad vnum, & quatuor ad duo, sic stabit formula.

S.	g.	m.	2.	3.	4.
1.	16.	25.	17.	21.	27.
2.	20.	18.	22.	30.	12.
3.	36.	43.	39.	51.	39.

Hæc facilior est quã quæ declarari debeat: quoties enim aggregatũ fractionũ vnius loci nõ superat 60, nihil differt operatio ab additiõe integrorũ. Si desideres exẽplũ in signis cõmunibus, eadẽ positio diuersam habebit operationem, hoc pacto.

S.	g.	m.	2.	3.	4.
2.	16.	25.	17.	21.	27.
4.	20.	18.	22.	30.	12.
7.	6.	43.	39.	51.	39.

Si verò ex vnius loci additiõe excreuerit numerus supra 60, ea 60 ad anteriorẽ ordinẽ pertinẽt, ideoq; vnitas addẽda erit proximæ notæ sequentis tituli. Nã sicut in integrorũ supputationibus denarius numerus alicuius loci per solam vnitatem anterioris loci significatur & suppletur, ita sexagenarius numerus alicuius fractionis Astrono-

micæ per vnitatẽ anterioris fractionis denotatur. Exẽplũ, Addẽda sunt signa 5, gradus 40, minuta 33, secũda 55, tertia 45, & quarta 24, cũ signis 7, gradibus 25, minutis 22, secundis 18, tertijs 47, & quartis 53. Primũ incipe à quartorũ additione hoc pacto: 3 & 4 faciũt 7, ea scribe sub linea trãsuersa, & sub quartorũ titulo: 5 & 2 itidẽ faciunt 7, quæ quoniã denariorũ locũ occupant, 7 denas quartorũ significãt, à quibus aufer 6 (ea sunt 60) manet 1, quẽ subscribe post 7, ac sub eodẽ titulo quartorũ, & 6 serua: inde ad tertiorũ ordinẽ veniens pro 6 seruatis adde 1 priori notæ tertiorũ, scilicet 7, fiunt 8, quæ cũ 5 faciũt 13, scribe 3: deinde adde 1 ad 4, fiunt 5, quæ cũ 4 faciũt 9: ex quibus aufer 6, manẽt 3, quæ subscribe post priorẽ ternariũ: & pro 6 retentis adde 1 priori notæ sequentis ordinis secundorũ, fiunt 9: quæ cũ 5 faciunt 14, scribe 4 sub secundorũ titulo: postea adde 1 ad 1, fiunt 2, quæ cũ 5 faciũt 7. subscribe 1, retine 6: pro quibus adde 1 sequenti notæ minutorũ, fiunt 3, quæ cũ 3 faciũt 6. quibus subscriptis iunge 2 cum 3, fiunt 5, quæ subscribe post 6. Inde ad graduum ordinem venies, cuius prima nota est 5, quæ cum 0 manẽt eadem, hæc scribe sub graduum titulo: deinde iunge 2 cum 4, fiunt 6. quæ serua. Tandem ad signa peruenis, & pro 6 seruatis adde 1 ad 7, fiunt 8, quæ

cum

cum 5 faciunt 13, ſcribe ſolam vnitatem, & 12 retine, ſeu reÿce, quæ duos circulos faciunt. Erit igitur formula ciuſmodi.

S.	g.	m.	2̄.	3̄.	4̄.
5.	40.	33.	55.	45.	24.
7.	25.	22.	18.	47.	53.
1.	5.	56.	14	33.	17.

Sequens additio ſurſum eundo peruenit vſque ad ſecunda maiora quæ 60 ſigna efficiunt.

Sec.	Sig.	g.	m.	2̄.	3̄.	4̄.	5̄.
	24.	32.	0.	25.	15.	34.	54.
	36.	12.	0.	26.	19.	33.	55.
	48.	45.	0.	27.	17.	35.	56.
	49.	29.	1.	18.	49.	44.	45.

Subtractio.

1 Si fractiones ſubtrahendæ non ſuperent eas à quibus fit ſubtractio, poteſtate aut numero, facilis eſt operatio: nihil enim differt ab integrorũ ſubductione. Vt ſi auferenda ſint ſigna 2, gradus 7, minuta 12, ſecunda 25, & tertia 26, à ſignis 3, gradibus 10, minutis 17, ſecundis 45, & tertÿs 54, ſic ſtabit formula.

S.	g.	m.	2̄.	3̄.
3.	10.	17.	45.	54.
2.	3.	5.	20.	28.

2 Si verò numerus ſubducendus alicuius gene-

 ris

ris superet numerum eiusdem generis vnde fit subductio, mutuare 1 à propinquiori nota superioris ordinis, quæ præsentis generis 60 vnitates repræsentabit, ea 60 adiunge numero à quo fit subductio, à collecto aufer subducendũ numerum. Quòd si propinquior illa nota superioris ordinis nõ sit significatiua, sed 0, mutuare ab eius sinistro elemento. Quòd si etiam nullum sit, accipe ab vlteriori fractionis genere. Deinde facta subductione, pro ijs 60 adde 1 sequenti elemento proximi generis subtrahẽdorum, productũ aufer à superiori simili modo. Exemplum: subtrahenda sunt signa 2, gradus 22, minuta 45, secunda 44 & tertia 59, à signis 4, gradibus 0, minutis 40, secundis 46 & tertijs 37. Primùm quoniã 9 à 7 non possunt auferri, aufer à 17, supersunt 8, quæ scribe sub transuersa linea sub titulo tertiorum, & pro 10 adde 1 sequenti elemento, fiunt 6, quæ quum neque poßint auferri à 3, mutuare 1 à proximo genere secundorum, quæ 6 denas tertiorum repræsentabit, sic vt cum 3 fiant 9, è quibus retine 6, supersunt 3, quæ scribe sub titulo tertiorum: ac pro 6 ad proximã notam secundorum adde 1, fiunt 5, quæ aufer à 6, restat 1, quam scribe sub secundorum titulo. Deinde 4 aufer à 5, restat 1, eam subnota post priorem. Tum sequentis ordinis proximo elemento adde 1, fiunt 6: quæ quoniam à 0 non potes auferre, aufer

à

à 10, restant 4, quæ scribe sub minutorum titulo, & proximo quaternario adde 1, fiunt 5, quæ quum à 4 auferre non possis, mutuare 1 à proximo genere. Vbi quia nihil reperitur, mutuare ab vlteriori genere (signorum scilicet) quæ vnitas cum 6 denas minutorum valeat, cum 4 faciet 10, à quibus aufer 5, restant 5, ea subscribe. Posteà ad proximam notam auferēdi numeri, videlicet graduum, adde 1, fiunt 3, quæ aufer à 10, restant 7, hæc subscribe, & adde 1 binario sequenti, fiunt 3: quæ quoniam non possunt auferri à loco vbi nihil est, mutuare rursus 1 à proximo genere signorum, quæ faciet 6 denas graduū, à quibus ablatis 3, restant 3. Vltimò peruenis ad signorum titulum, vbi reperis 2, quibus adde 1, fiunt 3, quæ aufer à 4, restat 1, estque operatio absoluta. Sequitur formula.

S.	g.	m.	2.	3.
4.	0.	40.	56.	37.
2.	22.	45.	44.	59.
1.	37.	55.	11.	38.

In Tabularum calculis aliquando contingit vt fractiones tum potestate tum numero maiores, à paucioribus & minoribus sint auferendæ. Vbi integrum circulum, hoc est, 6 signa mutuari oportet, vt vides in hac positione. Hæc autem reijciuntur in additione.

S.	g.	m.	2.	3.
2.	27.	33.	50.	
4.	38.	39.	44.	46.
3.	48.	54.	5.	14.

Multiplicatio.

1 *Fractionum Astronomicarũ Multiplicatio & Diuisio tribus modis absoluuntur: Primo per reductionem ad minimũ genus: Altero per Tabulã tabularum ad omnes supputationes inseruientẽ: Tertio per tabulas sinuum. Hîc duntaxat primũ modũ attingemus, tum quòd pagina minor est quàm quæ tabulas capere possit: tũ etiã quòd nihil promiserimus aut instituerimus aliud quàm cõpendiosè docere. Porrò Multiplicatio per tabulã proportionum etsi facilis ac expedita sit, diuisio tamen per ipsam nõ minus est tædiosa (eæ plerunq; occurrunt operationes) quàm per reductionem ad minimum genus.*

2 *Quantum igitur ad multiplicationem attinet, summa artis est. Adde inuicẽ denominatores, prouenit denominator quæsitus: numeratores verò mul tiplicãtur inter se nõ aliter quàm integra. Vt si mul tiplicentur secũda 5, per quarta 7, adde 2 ad 4, fiũt 6 denominator: deinde duc 5 in 7, fiunt 35 numerator. Quo in loco rursus monendum est, signa per 1, gradus per 0, minuta etiam per 1 denominari: signis verò secũda maiora ascẽdẽdo cõtinẽter succedere.*

3 Gra

3 *Gradus itaq; per quodcunque genus fractionis multiplicati, idipsum genus restituunt: signa & minuta augēt denominationem vnitate. Quū verò fractio maior per minorem multiplicatur, denominator exurgit ablata minori nota à maiori. Vt tertia maiora per secunda minora multiplicata producunt signa. Rursus tertia minora per secunda maiora producunt minuta. Vbi diligenter animaduerte vtrius fractionis maior sit nota. Nam si maioris fractionis maior sit nota, producitur maior, si minoris, minor. Hæc manifesta fiunt ex subiecta tabella.*

Ter.	Secund.	Sig.	Gr.	m	2	3	4	5	6
Sec.	Quart.	Ter.	Sec.	Sig.	Gr.	m	2	3	4
Sig.	Ter.	Sec.	Sig.	Gr.	m	2	3	4	5
Gra.	Secund.	Sig.	Gr.	m	2	3	4	5	6
m	Singn.	Gr.	m	2	3	4	5	6	7
2	Grad.	m	2	3	4	5	6	7	8
3	m	2	3	4	5	6	7	8	9
4	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Titulum multiplicandæ fractionis in sinistro latere Tabulæ inuestiga, multiplicantis in vertice eiusdem, aut è diuerso, & ab vtroque recto introitu in Tabulam procede: angulus communis indica

dica

dicabit denominationem ex vtriusque fractionis multiplicatione prouenientem. De multiplicatione vnius fractionis in vnam, hæc sufficiant.

4 *Cõtingit autem plerunq; vt plures fractionum species etiam per plures sint multiplicandæ. Hic itaq; reductione opus est, hoc pacto: Singula fractionum genera quæ tum in multiplicandis tum in multiplicantibus sunt, reduc ad vltimum & minimum genus in vtrisque contentum: producta quæ vtrinq; exurgunt, multiplica inuicem. Sũma denominationem sortietur quæ ex horum duorũ multiplicatione coalescere solet. Posteà ex diuisione ipsius summæ per 60, scies quid quantúmque cuiuslibet generis in ipsa contineatur, vt infrà docebimus.*

5 *Reductio ad minimum genus fit multiplicando numeratorem maximi generis per 60: productum rursus per 60: sicq; continuanda producti cuiusque multiplicatio per 60 vsq; ad vltimum & minimũ genus. Quod vt facilius fiat, subijciam Multiplicationis & Diuisionis per 60 compendium. Numerũ multiplicandum duc in 6, producto adde 0. Vt si velis ducere 115 in 60, duc 115 in 6, fiunt 690, his adde 0, exeunt 6900. Simili ratione diuides per 60, intersecando primam notam numeri diuidendi, per virgulam, ac cæteras notas diuidendo per 6: siquid hinc superfuerit, annectes notæ intersectæ, id erit*

totius

totius diuisionis superfluum. Vt si velis diuidere 265 per 60, segrega 5 per virgulā hoc pacto 26|5. Postea diuide 26 per 6, prodeunt 4, supersunt 2, quibus annecte 5: exurgunt itaque 4 ex diuisione 265 per 60, & restant 25. Praxis. 6 Ducenda sunt minuta 16, secunda 25, & tertia 36 in secunda 10, tertia 15 & quarta 20. Quoniam igitur minimum multiplicandarum fractionum genus est tertiorum, quælibet fractio ad tertia reducenda est hoc pacto: Duc 16 minuta in 60, fiunt 960 secunda: his iunge 25, fiunt 985 secunda: hæc quoque duc in 60, fiunt 59100 tertia, quibus adde 36, fiunt omnino 59136 tertia: quæ serua donec eadem via fractiones multiplicantes reduxeris. Et quoniam minimum multiplicantium genus, est quartorum, quælibet species ad quarta reducendæ sunt. Duc ergo 10 secunda in 60, fiunt 600 tertia: quibus adde 15, fiunt 615 tertia; hæc duc in 60, fiunt 36900 quarta, quibus iunge 20, fiunt 36920 quarta. Per hæc ergo multiplica 59136 tertia, proueniunt 2183301120, quæ septimorum denominationem habent, quum tertia per quarta multiplicata producant septima. Tandem vt scias quæ genera fractionum, & quantum cuiusque generis in 2183301120 septimis contineantur, hæc diuide per 60, exurgunt 36388352, sexta: hæc quoque diuide per 60, exeunt 606472 quinta, supersunt 32

sexta:

ſexta: Diuide 606472 per 60, fiunt 10107 quarta, ſuperſunt 52 quinta: diuide 10107 per 60, fiunt 168 tertia: ſuperſunt 27 quarta. Tandem diuide 168 per 60, proueniunt 2 ſecunda ſuperſunt 48 tertia. Erit igitur productum,

$\overset{=}{2}$,	$\overset{\equiv}{3}$,	$\overset{\equiv}{4}$,	$\overset{\equiv}{5}$,	$\overset{\equiv}{6}$.
2,	48,	27,	52,	32.

Diuiſio.

1 *In diuiſione fractionũ Aſtronomicarum nihil intereſt vtra per alterã diuidatur, quantum ad denominatorem reperiendum: vtrobiq; enim idem exurgit denominator. Vt ſi diuidas tertia per quarta, idẽ proueniet denominator ac ſi diuideres quarta per tertia.*

2 *Sũma verò artis eſt: Subtrahe denominatorẽ minorem à maiori, relinquetur denominator quæſitus: denominatores verò diuiduntur inter ſe non ſecus quàm integra. Vt ſi ſecunda 18 diuidenda ſint per quarta 6, aufer 2 à 4, manent 2 denominator: deinde partire 18 per 6, exeunt 3 numerator. Habes itaque $\frac{3}{2}$ ex diuiſione $\frac{2}{18}$ per $\frac{4}{6}$.*

3 *Atque hic Canon generalis eſt, præter quàm quòd, ſi maior fractio per minorem diuidatur, aut contrà, producetur denominator ex vtriuſque additione: ſed ex maiori fractione fiet minor: Idẽ & ſi per gradus maior diuidatur fractio: vt ſi tertia*

maiora

maiora per gradus diuidãtur, fiunt tertia minora. Vbiq; verò intelligo seruari fractionũ maiorum rationẽ quã suprà dedimus. Sed, vt diximus, rarissimè cadunt in vsum. Hæc demonstrat sequens Tabella.

Quit.	Quar.	Ter.	Sec.	Sig.	g	m	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\ddot{5}$	$\ddot{6}$	$\dot{7}$	$\bar{8}$
Quar.	g	m	$\ddot{2}$	$\bar{3}$	$\ddot{4}$	$\ddot{5}$	$\bar{6}$	$\dot{7}$	8	$\bar{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\dot{12}$
Ter.	m	g	m	$\dot{2}$	$\ddot{3}$	$\bar{4}$	$\ddot{5}$	$\dot{6}$	$\dot{7}$	8	$\bar{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$
Sec.	$\dot{2}$	m	g	m	$\ddot{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\ddot{5}$	$\ddot{6}$	7	8	$\bar{9}$	$\overline{10}$
Sig.	$\bar{3}$	$\bar{2}$	m	g	m	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\ddot{4}$	$\ddot{5}$	$\ddot{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
g	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	m	g	m	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\ddot{5}$	$\dot{6}$	7	$\bar{8}$
m	$\dot{5}$	$\dot{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	m	g	m	$\ddot{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\ddot{5}$	$\dot{6}$	$\ddot{7}$
$\bar{2}$	$\ddot{6}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\ddot{2}$	m	g	m	$\ddot{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\ddot{5}$	$\dot{6}$
$\bar{3}$	$\bar{7}$	$\ddot{6}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\dot{2}$	m	g	m	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{4}$	$\ddot{8}$	$\dot{7}$	$\ddot{6}$	$\dot{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	2	m	g	m	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$
$\bar{5}$	$\bar{9}$	$\dot{8}$	7	$\ddot{6}$	$\bar{5}$	$\dot{4}$	$\ddot{3}$	$\dot{2}$	m	g	m	$\bar{2}$	$\bar{3}$
$\ddot{6}$	$\overline{10}$	$\bar{9}$	$\dot{8}$	7	$\ddot{6}$	$\bar{5}$	$\dot{4}$	$\ddot{3}$	2	m	g	m	$\bar{2}$

Titulũ diuidẽdæ fractionis inuestiga in latere sinistro Tabulæ diuidentis in vertice eiusdẽ, vel cõtrà angulus cõmunis ostẽdet denominatorẽ ex vtriusque fractionis inuicem diuisione prouenientem.

4 Quoties verò plures fractionum species per vnã aut plures diuidẽdæ sunt, id per reductionem absolues hoc pacto: Omnes diuidẽdarũ fractionũ species reduc ad vltimã ac minimam ipsarũ denominationẽ sicut in multiplicatiõe docuimus, ac

 simili

ſimili modo diuidentium ſi plures ſint, productum diuidendarum partire per productum diuidẽtium, quod exibit eam denominationem ſortietur, quæ ex his ſpeciebus productis inter ſe diuiſis ſecundum Canonem naſci ſolet. Exemplum. Sint gradus 25, minuta 15, & ſecũda 30, diuidenda per minuta 15. Reductis diuidendis ad ſecunda, proueniunt 90930 ſecunda: quæ diuide per 15 minuta, exurgunt 5062 minuta, quum ſecunda per minuta diuiſa reſtituãt minuta. Inuento producto, vt ſcias quantum cuiuſq; generis cõtineat, ipſum diuide per 60, vt ſuprà docuimus. Vt diuide 6062 per 60, habebis 101 gradus & 2 minuta, hoc eſt 1 ſignũ, 41 gradus & 2 minuta, productũ ex diuiſione ſuſcepta. Itẽ diuidẽdi ſunt gradus 16, minuta 19, ſecunda 41: per minuta 22, ſecũda 4. Reductis diuidẽdis fractionibus exurgunt 58781 ſecũda: Reductis diuidẽtibus proueniũt 1376 ſecũda: per hæc diuide 58781, prodeunt 43 gradus, quum ſecunda per ſecũda diuiſa producãt gradus.

5 Quòd ſi productum diuidens, maius ſit producto diuidendo, multiplica per 60 donec eò creuerit vt diuidi poßit. Exemplum: Diuidenda ſunt minuta 32, & ſecunda 23 per ſecunda 51, & tertia 20. Ex reductione dîuidendarum proueniunt 1943 ſecunda: ex reductione diuidentium 3080 tertia. Et quoniam 1943 non poſſunt diuidi per 3080, multiplica

tiplica 1943 per 60, fiunt 116580 tertia. Hæc diuide per 3080, exeunt 37 gradus & $\frac{2610}{3080}$ vnius gradus, quū tertia per tertia diuisa producant gradus.

6 Quoties verò restabunt minutiæ, vt in hoc postremo exemplo, hac ratione elicies quanti valeant. Multiplica numeratorem fractionis annexæ per 60: quod exurgit partire per denominatorem eiusdem: productum erit proximæ denominationis ab integris ipsas minutias præeuntibus. Vt in suscepto exēplo fractio annexa, fuit $\frac{2610}{3080}$. Duc 2620 in 60, fiunt 157200: hæc diuide per 3080, fiunt 51 (minuta. s. proxima denominatio à gradibus) & $\frac{120}{3080}$ vnius minuti. Cuius fractionis æstimationem simili via inquirere posses. Verū quoniā hic error sensum effugit, in hoc & similibus potes tutò consistere.

De inuenienda radice quadrata in fractionibus Astronomicis.

Artificium inueniendæ radicis quadratæ in fractionibus Astronomicis, est, vt accipias denominatoris dimidium, relinquetur denominator radicis: numeratoris verò radicem inuestigia sicut integrorū. Vt radix $\overline{\overset{2}{16}}$ est $\overline{\overset{m}{4}}$. Nam dimidiū denominatoris est 1, numeratoris radix 4. Item radix $\overline{\overset{4}{36}}$ est $\overline{\overset{2}{6}}$. Oportet itaq; denominatorem esse eiusmodi vt in dimidium secari poßit. Vt si velis radicē tertiorū 15, hæc prius reducenda sunt ad 900 quarta, quorū radix est $\overline{\overset{2}{30}}$.

Item quærenda eſt radix gradus 1, *minutorum* 20, *ſecundorum* 11,*tertiorũ* 25,*&* *quartorum* 21.*omnes hæ fractiones ad quarta reductæ exurgũt in* 17969121 *quarta: horum radix quadrata eſt* 4239,*quorum denominatio à ſecundis eſt accipienda,vt pote dimidium ex* 4. *Habes operationẽ hîc appoſitam.*

PRIMA

~~1~~ 3 2

~~1~~ ~~7~~ ~~9~~ ~~6~~ 9 1 2 1.

8|2

1 6 4 (4 2

SECVNDA

7

~~1~~ ~~3~~ ~~2~~ 6 2

~~1~~ ~~7~~ ~~9~~ ~~6~~ ~~9~~ ~~1~~ 2 1

8 4|3

2 5 2 9 (4 2 ~~3~~

TERTIA

~~7~~

~~1~~ ~~3~~ ~~2~~ ~~6~~ ~~2~~

~~1~~ ~~7~~ ~~9~~ ~~6~~ ~~9~~ ~~1~~ ~~2~~ ~~1~~

8 4 6|9

7 6 2 2 1 (4 2 3 9 *Radix.*

Iam diuide 4239 *ſecunda per* 60, *habebis minuta* 70 *cum ſecundis* 39, *hoc eſt gradum* 1, *minuta* 10 *&* *ſecunda* 39,*radicis inuentæ æſtimationem.Examen huius operationis eſt, vt multiplices radicem inuentam in ſe.pſam:exibit enim numerus quadratus primum ſuſceptus ſi non erraueris.*

De radicis Cubicæ inuentione.

Sicut in quadratis denominator radicis exurgit ex dimidio denominatoris quadrati : ita in Cubicis ex tertia parte denominatoris Cubici, Numeratoris

verò

verò extrahitur radix Cubica ſicut ex integris, vt radix Cubica $\frac{6}{27}$ eſt $\frac{2}{3}$. Sunt enim 2 ſubtriplum 6, & 3 radix Cubica 27. Quoties itaq; denominator in tria diuidi non poterit, opus erit reductione. Vt, ſi quæris radicem cubicam minutorum 7 & ſecundorum 30, prius ad 27000 tertia reducas: horum radix erit 30, quæ minutorum denominationem habebunt. Item quærenda eſt radix Cubica minutorum 18, ſecundorum 51, tertiorum 57, quartorum 18, quintorum 43, & ſextorum 12. Ex reductione proueniunt 14760139392 ſexta: quorum Radix 2448 ſecunda, hoc eſt, 40 minuta & 8 ſecunda. Vide ſequentem operationem

```
                                        1 4 3
 6 8 4 6                                6 8 4 6 3 6 5
1 4 6 7 0 1 3 9 3 9 2. Secūda 1 4 6 7 0 1 3 9 3 9 2
  .     .     .     .               .     .     .     .

      6                                     72
    12                               1 7 2 8      (244
  ------------------               ------------------
     48              (24                 6 9 1 2
       96                                1 1 5 2
         64                                    6 4
  ------------------                   ------------
   5 8 2 4                               7 0 2 7 8 4
         1 3
   6 8 4 6 3 5 8
 1 4 6 7 0 1 3 9 3 9 2
   .     .     .     .                   m 3
```

732 (2448 *Radix*
178608

1428864
46848
512

143355392

Examen. Duc radicem inuentam in seipsam, productum rursus in radicem: exibit numerus Cubicus ab initio susceptus.

DE COGNOSCENDIS PER memoriam Calendis, Idibus, Nonis, Aureo numero, festis mobilibus, & loco Solis & Lunæ in Zodiaco.

MEnsium numerum, nomen, atq; ordinem nemo est qui nesciat. Ex ijs Ianuarius, Martius, Maius, Iulius, Augustus, October, & December habent dies, 31, Februarius dies 28: Sed quarto quoq; anno accrescit dies vna quæ intercalaris dicitur, 6 Cal. Martij in sede F, literæ: quo anno habet ipse Feb. 29 dies. Aprilis, Iunius, September, & Nouember dies 30. sic vt totus annus 365 diebus compleatur sine bissexto, cum bissexto 366.

2 *Annus bissextilis est quum numerus annorum Christi per 4 diuisus nihil relinquit: vt 1540, 1544, 1548, & similes.*

3 *Calẽdæ cuiuslibet mensis in ipsius die prima sitæ sunt:*

ſunt: ſed earũ continuatur in diebus menſis præcedentis per aſcenſum retrogradũ ſumptis. Vt, Prima dies Februarij Calendæ Febr. dicuntur, vltima Ianuarij pridie Cal. Feb. trigeſima Ianuarij tertio Cal. Feb. vigeſima nona eiuſdem quarto Cal. Feb. & ſic numeratim vſq; ad diem decimam tertiam, à qua initium habẽt Idus Ianuarij. Die duodecima dicitur Pridie Idus Ianuarij vndecima tertio Idus, decima quarto Idus: & ſic vſq; ad diem quintã, vbi Nonæ eiuſdẽ. Die quarta dicitur pridie Nonas Ian. die tertia tertio Nonas, die ſecunda quarto Nonas. Rurſus dies prima eiuſdem, Calendæ Ian. dicuntur, ac ſimilis ordo obſeruatur in cæteris. Dicimus enim die vltima Decemb. pridie Cal. Ian. trigeſima eiuſdẽ tertio Cal. Ian. & ſic per duodecim menſes Calendæ in diuerſis mẽſibus plures aut pauciores ſunt pro dierum numero. Idus verò in quolibet menſe ſunt octo, quarum ordo à Calendis vſque ad nonas aſcendit. Nonarũ verò idẽ numerus non eſt ſingulis mẽſibus: ſed Martio, Maio, Iulio & Octobri ſunt ſex, ac eorum die ſeptima dicimus Nonis, ſexta pridie Nonas, quinta tertio Nonas, &c. Reliquis verò ſunt quatuor tantũ, quæ initiũ habent à die quinta.

4 *Numerus Cycli decemnouenalis, quem Aureum vocant, ſic reperitur: Annis Chriſti oblatis adde vnitatem: productũ diuide per 19: quod poſt*

m 4 diuiſi

diuisionem manet, est Aureus numerus. Exemplum, Volo scire numerum Aureū anni 1545: Addo 1, fiunt 1546: Hæc diuido per 19, restant 7 numerus quæsitus. Numerus verò partitionis, quem quotientem vocant, indicat reuolutiones huius Cycli elapsas à Christo nato, nempe 81.

5 *Hinc exurgit numerus Epactæ. Duc aureum numerum in 11, productum partire per 30, quod restat est quæsitum. Vt, Aureus numerus Anni 1545 est 7 per Canonem præcedentem, que ducta in 11 producunt 77: hæc diuide per 30, supersunt 17, numerus Epactæ huius anni. Hi duo numeri non à capite anni Romani, sed à Martio initium habent, eorumq́; vsus est in reperiendis Coniunctionibus & Oppositionibus medijs luminarium, quas mox explicuimus: sed prius pauca quædam ad hoc pertinentia præmittemus.*

6 *Sol singulis annis totum circulum Zodiaci lustrat. Zodiacus in 12 signa diuiditur, quorum ordo est, Aries: Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpio, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Pisces: quorum vnumquodque 30 gradibus constat. Sol singulis mensibus vnum Signum percurrit, singulis diebus gradum: Non tamen vt mensium initium, Signorum initio respondeat: sed diuersitas hæc est: Die 12 Ianuarij Sol ingreditur*

Aquarium,

Aquarium,12 Februarij Pisces,12 Martij Arietem, 12 Aprilis Taurum: sicq; continuo ac recto ordine. Eorum inter se oppositio à septimo quoq; sumitur. Aries opponitur Libræ, Taurus Scorpioni, Gemini Sagittario, Cancer Capricorno, Leo Aquario, Virgo Piscibus. Quadratus aspectus in quarto quoque signo est. Aries quadrato aspectu intuetur Cancrũ, Taurus Leonem, Gemini Virginem, & sic de reliquis. Ex hoc locus Solis inuentu facillimus, singulis diebus singulos gradus tribuendo.

7 Cõiunctio Lunæ cum Sole vulgò Nouiluniũ appellatur: Oppositio ipsius ad Solẽ, Plenilunium. Quadraturæ intermediæ, hoc est trium Signorum interuallũ, significãt medietates ipsius incremẽti siue decremẽti. Hæ verò sic reperiuntur: Numero Epactæ reperto per quinti numeri doctrinã, adde numerum Calendarũ, quæ à mense Martio fluxerũt: productũ aufer à 30, quod remanet indicat diem quo futura est Cõiunctio: Die verò pòst decimaquinta erit Oppositio. Exemplum: Volo scire quota die mensis Iulij hoc anno 1545 sit futura Coniunctio, Epacta suprà inuenta est 17 eodem anno, huic adde 5, numerum scilicet Calendarum quæ à Martio præterière, fiũt 22, quæ aufer à 30, restant 8. Erit ergo illo mense Coniunctio octaua die. Iam adde 15 ad 8, exurgunt 23. Die ergo 23 erit Oppositio. Quòd si productum sit

minus quàm 15, ipsum aufer à 15, quod remanet est dies Oppositionis. Si excedat 30, aufer à 45, quod remanet itidem est dies Opposit. Exēplum: volo Oppositionem quæ fuit mense Aprili 1539. Numerus Epactæ illius anni, fuit 11, per 5: his adde 2 pro Calendis quæ præterierunt à Martio, fiunt 13: hæc aufer à 15, manent 2, fuit ergo Oppositio die secunda illius mensis. Item volo Oppositionem quæ futura est mense octobri Anno 1546. Numerus Epactæ erit 28, quibus additis 8, numero scilicet Calendarum à Martio, fiunt 36. Hæc aufer à 45, manent 9. Erit itaq; Opposit. nona die Octobris illo anno. Hoc ideo addendum fuit, quòd sæpe fit vt Oppositio alicuius mensis præueniat Coniunctionem eiusdem. A die Oppositionis ablatis diebus 15 habebitur dies præcedentis Coniunctionis. Vt si die nona Octob. sit futura Oppositio, præcedet Coniunctio die 24. Septemb. Habita Coniunctione & Opposit. habebimus quadraturas addendo vel auferendo 7 dies.

8 *Hinc elicitur locus Lunæ in Zodiaco. Primum considera locum Solis ad diem susceptum: posteà vide vtrum præcesserit Cōiunctio an Oppositio, & quot dies hinc elapsi sunt. Hos dies multiplica per 4, productum partire per 9: numerus partitionis indicabit Signa & partes signorum: vtpote per integra intelligitur numerus Signorum, numerator verò*

verò fractionis annexæ indicabit gradus triplicatos. Ea signa & gradus adde ad locum Solis semper, productum erit locus Lunæ si præcesserit Coniunctio: Si verò præcesserit Oppositio, erit locus oppositus Zodiaci: Exemplum: Volo scire locum Lunæ 18 Iulij 1545, Coniunctio per 7 erit 8 die: superatio dierum est 10: hæc duc in 4, fiunt 40: quæ diuide per 9, exurgunt 4 $\frac{4}{9}$ hoc est quatuor Signa & 12 gradus. Nam pro qualibêt nona tres gradus sumẽdi sunt. Hæc adde ad locum Solis qui per præcedentia erit in 7 gradu Leonis. Erit ergo Lunæ locus circa 19 gradũ Scorpij, quum precesserit Coniunctio. Rursus volo locum Lunæ die 17 Octob. 1546. Oppositio erit die 9 eiusdem: superatio est 8 dierum: quos multiplica per 4. fiunt 32, diuide per 9, prodeũt 3 $\frac{5}{9}$, hoc est tria signa & 15 gradus. Adde ad locum Solis: qui erit in 6 gradu Scorp. exibit 21 gradus Aquarij: Cuius loco accipies 21 gradum Leonis, signi scilicet oppositi, quia præcesserat Oppositio. Nequis tamen nimia securitate fallatur, quæcunque hîc dicta sunt, de medijs Coniunctionibus & Oppositionibus dicta intelligat, de ijs scilicet quæ proximè accedũt ad veras, quæ in Ephemeridum libris reperiuntur: Possunt enim à veris differre 13 horarũ spatio, atq; eo amplius. Idem & de locis ipsis intelligas. Horum cognitio vt non omnino certa ac exacta sit, certè

pulchra

pulchra & iucũda eſt, nullis ad hoc Tabulis neceſſarijs: maximè verò quòd per medias Cõiunctiones atq; Oppoſitiones potius quàm per veras metiamur feſtorum mobilium curſum hoc qui ſequitur modo.

9 *Per Canones ſuperiores habeas Coniunctionem in menſe Februario anni propoſiti, & vide in quã ceciderit diem, & proxima dies Martis erit Carniſpriuium Romanũ. Quòd ſi die martis fuerit Cõiunctio, omnino ad diem ſequentem Martis differtur: Dominica proxima erit Quadrageſima: Poſt ſex hebdomadas erit Paſcha. Exẽplum: Coniunctio in menſe Feb. 1545. erit die 12 per doctrinam præcedentem. Dies autem 12 erit dies Iouis. Erit itaq; die 17 Carniſpriuiũ, & quadrageſima 22 eiuſdẽ: Paſcha 6 hebdomadis, hoc eſt quadrageſima ſecunda pòſt die, quæ cadet in 5 Aprilis. Additis quinq; hebdomadis, hoc eſt 35 diebus ad diem Paſchæ, habetur dies Rogationum. Erunt ergo die 10 Maij: quibus additis 4 diebus, erit Aſcenſio Domini. Hinc ad Pentecoſten ſunt 10 dies, eritq; 24 eiuſdem menſis. feſtum Trinitatis die ſeptima à Pentecoſte, eritq; die vltima Maij. Feſtum corporis Chriſti eſt die quarta à Trinitate. Aduentus domini ſemper eſt Dominica quarta ante Natalis feſtum. Vnde ſi Natalis ſit die Dominica, celebrabitur Aduentus die 27 Nouembris, eritque à Natali remotiſſimus.*

mus. Eius tempus maximum eſt dierum 28, minimum 21. Interuallum eſt ſpatium à Natalis feſto ad Dominicam in qua cantatur, Eſto mihi: Ea eſt quæ proximè antecedit Carniſpriuium Romanum. Septuageſima eſt tertia Dominica ante Quadrageſimam. Vnde cũ Anno 1545 poſuerimus Quadrag. 22 Feb. fuit Septuageſima die prima eiuſdem. Supereſt vt de Cyclo Solari & Cyclo indictionis dicamus.

10 *Cùm addideris 9 ad annum Chriſti oblatum, & productum diuiſeris per 28, quod ex diuiſione reſtabit, erit numerus Cycli ſolaris. Exemplum: Quæritur numerus Cycli ſolaris Anni 1545: His adde 9, fiũt 1554. diuide per 28, ſuperſunt 14 numerus quæſitus. Numerus verò diuiſionis 55 oſtendit reuolutiones huius Cycli elapſas à Chriſto nato.*

11 *Per hunc numerum habetur dies anni prima. Nam ſi fuerit 28 ſine 0, dies prima Anni occurret die Dominica: ſi 1, die Lunæ: ſi 2, die Mercurij ratione anni intercalaris: ſi 3, die Iouis: ſi 4, die Veneris &c. Exemplum: Quum Anno 1545 numerus Cycli Solaris ſit 14, & ſingulis annis vnitate creſcat: fuit ergo anno 1532, 1, & prima dies anni Lunæ: 1533, Mercurij propter biſſextum: 1534, Iouis: 1535, Veneris: 1536, Sabbati. Rurſus 1537, Lunæ, quum præceſſerit biſſextus: & eadem ratione 1541 die Sabbati: Erit itaque annus 1545 die Iouis. Ex hoc*

in

in promptu est litera Dominicalis. Nam quum diem anni primam habuerimus (cuius litera semper est A) *computatis diebus & literis, illa statim suóque ordine occurret. Vt, quum Anni* 1545 *dies prima sit Iouis, & sit* A, *erit dies Veneris* B, *Sabbati* C, *& Dominica* D.

12 *Numerus Indictionis hac ratione reperitur. Annis Christi adde* 3, *productum diuide per* 15: *quod remanet ex diuisione est quæsitum. Vt Anno* 1545 *adde* 3, *fiunt* 1549 : *hæc diuide per* 15, *restant* 3, *numerus indictionis huius anni. Numerus verò partitionis* 103 *indicat huius Cycli reuolutiones à Christi natiuitate elapsas. Hic numerus hodie Pontificum diplomatis & notariorum instrumentis inseri solet. Hìc animaduertendum est Indictionis numerum à mense Septembri initium habere, sicut & Aureum numerum à Martio : sic vt Anno* 1545 *post finem mensis Septembris numerus Indictionis non* 3, *sed* 4 *sit futurus. In horum numerorum ac festorum mobilium negotio multa sunt quæ sermonis puritatem non admittunt. Sed is me nihil mouebit scrupulus, donec me quamplurimis prodesse posse confidam.*



ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥ.

Ἡμίονος καὶ ὄνος φορέουσαι οἶνον ἔβαινον,
Αὐτὰρ ὄνος στενάχιζεν ἐπ' ἄχθεϊ φόρτου ἑοῖο.
Τὴν δὲ βαρυστενάχουσαν ἰδοῦσ' ἐρέεινεν ἐκείνη,
Μῆτερ, τί κλαίουσ' ὀλοφύρεαι ἠΰτε κούρη;
Εἰ μέτρον ἕν μοι δοίης, διπλάσιον σέθεν ἦρα.
Εἰ δ' ἕκεν ἀντιλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις.
Εἰπὲ τὸ μέτρον, ἄριστε γεωμετρίης ἐπίιστορ.

RVBERTVS M[illegible].

Mulæ Asinæq; duos imponit seruulus vtres
Impletos vino, segnémque vt vidit Asellam
Pondere defessam vestigia figere tarda
Mula rogat: Quid chara parens cunctare, gemísque?
Vnam ex vtre tuo mensuram si mihi reddas,
Duplum oneris tunc ipsa feram. Sed si tibi tradam
Vnam mensuram, fient æqualia vtrique
Pondera. Mensuras dic docte Geometer istas.

IOACHIMVS HELLER.

Mulus portabat vinum comitatus Asella,
Hæc oneris queritur pondera vasta sui:
Ille graues matris gemitus miratur, & inquit,
Cur adeò lacrymis lumina mœsta fluunt?
Mollities teneras, mater, decet illa puellas,
Quas premit insuetus debilitátque labor.
Vnam mensuram si nostros fundis in vtres,
Ipse tui vini pondera dupla feram:
Sin vnam contrà nostro de fasce leuabis
Partem, tunc æquum pondus vterque feret.
Dic mihi mensuras, ô docte Geometer, istas,
Non aliter Phœbi nomine dignus eris.

Mulo et Asina vanno a portar vino
piangea l'Asina sotto al grave peso
e tarda e lenta segue il suo camino
onde gli disse il Mul, di doglia acceso
madre delle fanciulle ha il cor meschino
per si lieve cagion ch'hora ha te offeso
dammi pur una de le tue misure
che 'l doppio haver di te ne sia chi io l'
(cure)
ch'essendo io piu gagliardo e piu robusto
non sia per ciò ch'io ne sollevi quanto
Cosi parmi esser conforme al giusto.
patir fanni questo grande incarco.
Dici che sol d'altra misura molto
il dosso tuo, che la via eguale il carco
detto Geometria ... mi insegna come
del'Asina ... il mul ti porta le some

